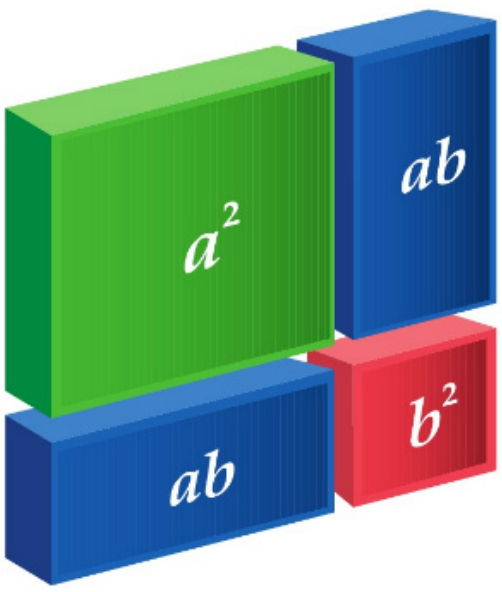
4

Primaria

Álgebra

Edición Digital



Perú

GENIOMATIC

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 Lógica proposicional	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Fortalecemos nuestro autoestima con humildad.	· Lógica proposicional · Conectivos lógicos · Cuantificadores · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	107 110 113 116 118
	2 Conjuntos	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Cumplimos con responsabilidad con nuestras tareas.	· Conjuntos · Clasificación de conjuntos · Operaciones con conjuntos · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	119 122 125 128 130
II Bimestre	3 Números enteros	ENFOQUE AMBIENTAL Respetamos el medio ambiente evitando la contaminación.	· Números enteros · Operaciones con números enteros · Operaciones combinadas · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	131 134 137 140 142
	4 Potenciación y radicación	ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Practicamos la convivencia en paz.	· Potenciación · Operaciones con números enteros · Teoremas sobre leyes de exponentes · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	143 146 149 152 154
III Bimestre	5 Expresión algebraica	ENFOQUE DE DERECHOS Actuemos con justicia y equidad.	· Término algebraico · Reducción de términos semejantes · Expresión algebraica · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	155 158 161 164 166
	6 Ecuaciones	ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN Usamos racionalmente las redes sociales.	· Valor numérico · Equivalencia y canje de billetes y monedas · Multiplicación algebraica · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	167 170 173 176 178
IV Bimestre	7 Inecuaciones	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Cuidemos nuestra salud con buena alimentación.	· Ecuaciones lineales con 1 incógnita · Planteo de ecuaciones · Ecuaciones exponenciales · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	179 182 185 188 190
	8 Sistema de ecuaciones	ENFOQUE INTERCULTURAL Respetamos las creencias religiosas de los demás.	· Desigualdades e intervalos · Inecuaciones · Planteo de inecuaciones · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	191 194 197 201 203

Oración gramatical

Lógica proposicional

Proposición

VIDEO DE TEORÍA

Las **proposiciones** son frases que afirman o niegan algo.

Se las reconoce porque siempre dicen una verdad o una mentira, o sea, una proposición es o bien **verdadera** o bien **falsa**.

Ejemplo 1

Califica como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

- Las aves tienen plumas. ( )
- Las vacas hablan. ( )
- Siete es mayor que diez. ( )
- 4 + 5 = 10 ( )

Valor de verdad

Verdadero y falso son los valores de verdad de una proposición.

Ejemplo 2

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- Los peces viven en el agua. ( )
- El loro es un roedor. ( )
- Los gatos tienen garras. ( )
- 10 + 5 = 20 ( )

En las imágenes que ilustran el tema, los letreros no pueden tener el mismo valor de verdad. Ambos no pueden decir la verdad, uno es falso y el otro verdadero.

El abuelo dice la verdad cuando dice que la abuela miente, por lo tanto, cuando dice que en el baúl hay oro, es cierto.

Variable proposicional

Las proposiciones se pueden representar mediante letras, llamadas variables proposicionales. En Lógica se usan las letras de p en adelante.

- Los leones comen carne: p
- Las palomas se alimentan de granos: q

} Los leones se alimentan de carne y las palomas de granos: p y q

Obsérvese que juntando proposiciones se pueden formar proposiciones nuevas.

Proposición simple y compuesta

Se pueden formar proposiciones juntando dos o más proposiciones:

Proposición simple

- Las aves vuelan: r
- Las aves tienen plumas: s

Proposición compuesta

Las aves vuelan y tienen plumas: r y s

Conectivo lógico

Para formar las proposiciones compuestas se usan los conectivos lógicos.

Nivel básico

1 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones.

a) La semana tiene 8 días. ( )

b) El número 4 es par. ( )

c) El año empieza en febrero. ( )

d) El día tiene 24 horas. ( )

2 **Formula** dos proposiciones verdaderas.

3 **Formula** dos proposiciones falsas.

4 **Formula** dos proposiciones simples.

5 **Formula** dos proposiciones compuestas.

Nivel intermedio

6 **Completa** para que la proposición sea verdadera:

I. El posterior de 58 es _____.

II. El anterior de 90 es _____.

III. El día tiene _____ horas.

IV. Mi provincia se llama _____.

7 **Completa** para que la proposición sea falsa:

I. La hora tiene _____ minutos.

II. El mes de _____ tiene 30 días.

III. 5 + 20 = _____.

IV. _____ es un número impar.

GENIOMATIC

8 Son proposiciones:

a) Un cuadrado tiene 4 Lados.

b) Los gatos tienen 2 orejas.

c) ¿Quién descubrió América?

d) ¡Auxilio!

e) El ser humano es inmortal.

9 **Identifica** las proposiciones compuestas:

a) El triángulo es una figura y el 3 es un número.

b) Si los gatos tienen dos patas entonces no tienen dos ojos.

c) Los arquitectos son artistas.

d) Algunos elefantes no tienen colmillos.

e) Los peces tienen aletas y las aves, alas.

10 **Completa** para que la proposición sea verdadera.

a) El _____ tiene tres lados.

b) El número _____ es menor que 20.

c) Ningún _____ vuela.

d) Nuestro planeta se llama _____ .

e) Los _____ tienen motor.

Nivel avanzado

11 **Completa** para que la proposición sea falsa:

a) Quince es mayor que _____.

b) Mi región no se llama _____.

c) Los perros tienen _____ patas.

d) _____ viven en el agua.

12 **Formula** proposiciones de la forma:

a) *p* y *q*: _____

_____

b) No es cierto que *p*: _____

_____

c) *p* o *q*: _____

_____

d) *p* entonces *q*: _____

_____

13 **Escribe** en los círculos los signos >, < o =, de modo que la proposición sea verdadera.

a) 23 ◯ 24 b) 25 ◯ 25

c) 75 ◯ 73 e) 60 ◯ 58

Tarea

1 **Formula** dos proposiciones verdaderas.

2 **Formula** dos proposiciones falsas.

3 **Formula** dos proposiciones simples.

4 **Formula** dos proposiciones compuestas.

Proposición

Conectivos lógicos

Andrea trabaja en el hospital.

Si la proposición "Andrea es médica o enfermera" es verdadera, ¿qué podemos afirmar de Andrea?

VIDEO DE TEORÍA

Cuando dos proposiciones están unidas mediante el término "o", dan lugar a las siguientes posibilidades:

- Andrea puede ser médica.
- Andrea puede ser enfermera.
- Andrea puede tener las dos profesiones.

Lo único que no es posible es que no tenga ninguna de las profesiones.

El valor de verdad de una proposición compuesta depende del valor de verdad de las proposiciones que la conforman y el conectivo que las une.

Veamos los conectivos lógicos:

Conectivos lógicos

1. La negación (~)

La negación es un conectivo lógico que no une proposiciones pero les cambia el valor de verdad. Los términos usados para negar son: "No", "es falso", es mentira, es imposible, etc...

Si una proposición es verdadera, su negación es falsa.

Si una proposición es falsa, su negación es verdadera.

Lo anterior se resume en la tabla de la derecha, que se llama **tabla de verdad**.

Tabla de verdad de la negación

p	$\sim q$
V	F
F	V

Ejemplo 1

Califica como verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:

- Los cerdos tienen hocico ( )
- Los cerdos no tienen hocico ( )
- El Perú está en América ( )
- Es falso que Perú esté en América ( )

2. La conjunción ($\wedge$)

La conjunción es un conectivo lógico que utiliza el término "y" para unir dos proposiciones.

En la proposición, "Andrea es enfermera y médica", el término "y" indica que Andrea tiene las dos profesiones.

Entonces, si Andrea tuviera solo una de las profesiones o ninguna de ellas, entonces la proposición es falsa.

La tabla de la derecha resume el significado del conectivo conjuntivo.

Tabla de verdad de la conjunción

p q	$p \wedge q$
V V	V
V F	F
F V	F
F F	F

Ejemplo 2

Califica como verdadera (V) o falsa (F) las proposiciones:

- El Perú es un continente y la Tierra es un planeta. ( )
- El número 5 es impar y mayor que 3. ( )

3. La disyunción ($\vee$)

La disyunción es un conectivo lógico que utiliza el término "o" para unir dos proposiciones.

En la proposición, "Andrea es enfermera o médica", el término "o" indica que Andrea tiene una de las profesiones o las dos.

La proposición es falsa únicamente en el caso de que Andrea no tenga ninguna de las profesiones mencionadas. Véase la tabla correspondiente.

Tabla de verdad de la disyunción

p q	$p \vee q$
V V	V
V F	V
F V	V
F F	F

Ejemplo 3

Califica como verdadera (V) o falsa (F) las proposiciones:

- El Perú es un continente o la Tierra es un planeta. ( )
- El número 5 es impar o mayor que 3. ( )

Nivel básico

1 **Escribe** la negación de las proposiciones:

a) El lapicero se usa para escribir.

_____

b) Los libros se usan para leer.

_____

c) Los perros tienen tres patas.

_____

2 **Escribe** dos proposiciones conjuntivas (unidas por y), una verdadera y otra falsa.

3 **Escribe** dos proposiciones disyuntivas (unidas por o), una verdadera y otra falsa.

4 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) 8 es par y $6 < 7$. ( )

b) $8 < 5 \vee 8 = 5$. ( )

c) 10 es mayor o igual que 9. ( )

5 **Determina** el valor de verdad de:

a) $5 \leq 7$ ( ) b) $8 \geq 6$ ( )

c) $3 \geq 3$ ( )

Nivel intermedio

6 Si la proposición "Elsa es policía" es falsa, **determina** el valor de verdad de:

a) Elsa no es policía. ( )

b) Es falso que Elsa sea policía. ( )

c) Elsa es policía y abogada. ( )

d) Elsa es una mujer o policía. ( )

7 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) La Tierra no es un planeta. ( )

b) Las jirafas no tienen cuello largo. ( )

c) El número 4 es par o impar. ( )

d) Cinco es par y mayor que 2. ( )

8 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) La gallina no pone huevos. ( )

b) La oveja no es carnívora. ( )

c) La gallina es ave o tiene plumas. ( )

d) El gato tiene garras y no maúlla. ( )

9 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) 4 y 7 son números pares. ( )

b) 8 o 9 es impar. ( )

c) $8 < 5 \vee 6 = 10$ ( )

d) $8 > 4 \wedge 2 = 3$ ( )

Nivel avanzado

10 Si la proposición "Rosa tiene hijos o es casada" es falsa, entonces se deduce que:

11 Si la proposición "Elio es profesor y huancaíno" es verdadera, **determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) Elio no es profesor. ( )

b) Elio es Huancaíno. ( )

c) Elio es profesor o médico. ( )

d) Elio es profesor y médico. ( )

12 Si la proposición "Ana es doctora y soltera" es verdadera, **determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) Ana es soltera. ( )

b) Es mentira que Ana sea doctora. ( )

c) Ana es soltera o vive en Ica. ( )

d) Ana es soltera y vive en Ica . ( )

13 Si $p \vee \sim q$ es falsa, **determina** el valor de verdad de:

a) $p \wedge q$ b) $q \vee p$ c) $p \vee \sim q$

Tarea

1 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) La guitarra tiene 7 cuerdas.

b) La bandera peruana tiene colores rojo y verde.

c) Los caballos tienen dedos.

2 **Escribe** dos proposiciones disyuntivas (unidas por o), una verdadera y otra falsa.

3 **Escribe** dos proposiciones disyuntivas (unidas por o), una verdadera y otra falsa.

4 **Escribe** dos proposiciones con su respectiva negación.

Proposición

Cuantificadores

La frase "Ovejas blancas", referida a la imagen, se puede convertir en una proposición si le aplicamos el cuantificador universal "Todos":

"Todas las ovejas son blancas".

VIDEO DE TEORÍA

Hay dos cuantificadores: El universal (todos, ninguno) y el existencial (algunos).

- Todas las aves tienen plumas.
- Algunas ovejas son negras.
- Ningún ser humano tiene tres ojos.

Enunciado abierto

Son frases que tienen la estructura de una proposición pero que no pueden ser calificadas como verdadero ni falso.

Por ejemplo la frase "x es un número par" es un enunciado abierto o función proposicional. Parece una proposición, pero no se sabe si es falsa o verdadera.

Si $x = 4$ es verdadera, pero para $x = 5$, falsa.

Cuantificadores

Si a la frase "x es un número par" le aplicamos un cuantificador, se convierte en proposición:

- Todo número es par. (F)
- Ningún número es par. (F)
- Algunos números son pares. (V)

Proposiciones categóricas

Las proposiciones que contienen cuantificadores se llaman **proposiciones categóricas.**

Hay cuatro tipos de proposiciones categóricas:

1. Universal afirmativa

- Todos los peces tienen agallas.
- Todos los números pares tienen mitad.

2. Universal negativa

- Ningún tigre pone huevo.
- Ninguna planta tiene brazos.

3. Particular afirmativa

- Algunos mamíferos ponen huevo.
- Algunos seres humanos tienen más de 100 años.

4. Particular negativa

- Algunos abogados no tienen ética.
- Algunos diarios no son veraces.

Representación simbólica de los cuantificadores

Cuantificador universal:

$\forall x$ se lee: "Para todo x"

- Todas las aves tienen alas:
  $\forall x$, si x es ave entonces x tiene alas.
- Ningún caballo es motorizado:
  $\forall x$, si x es caballo, x no es motorizado.

Cuantificador existencial:

$\exists x$ se lee: "Existe algún x"

- Algunos rectángulos son cuadrados:
  $\exists x$, si x es rectángulo entonces x es cuadrado.
- Algunos triángulos no son equiláteros:
  $\exists x$, si x es triángulo, x no es equilátero.

Nivel básico

1 En los siguientes enunciados abiertos, **halla** un valor de x para que resulte una proposición verdadera.

a) $x + 3 = 8$ b) $2x = 10$ c) $x < 5$

2 En el conjunto de los números naturales, **determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) $\exists x, x + 1 = 50$ b) $\forall x$, $2x$ es par

c) $\exists x, 3x = 7$ d) $\forall x$, x es impar

3 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Todos los pinos son árboles. ( )

b) Algunos árboles son pinos. ( )

c) Todo árbol es pino. ( )

4 En los siguientes enunciados abiertos, **halla** un valor de x para que resulte una proposición verdadera.

a) $2x = 10$ b) $x - 5 = 8$ c) $x + 1 > 7$

5 ¿A qué conjunto de animales debe pertenecer x, para que las siguientes proposiciones categóricas sean verdaderas?

a) $\exists x$, x come carne.

b) $\forall x$, x tiene pluma.

c) $\forall x$, x tiene garra.

Nivel intermedio

6 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Todas las flores son plantas. ( )

b) Algunas plantas son rosas. ( )

c) Ninguna rosa es amarilla. ( )

7 **Expresa** en forma oral las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x, x = 3$ b) $\exists x, x < 6$ c) $\exists x, x \geq 3$

8 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas (una verdadera y otra falsa).

GENIOMATIC

9 **Formula** en forma simbólica dos proposiciones categóricas (una verdadera y otra falsa).

10 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas verdaderas de tipo universal afirmativa.

Nivel avanzado

11 **Expresa** en forma simbólica las siguientes proposiciones categóricas:

a) Todo número tiene dos cifras.

b) Algún número es mayor que 4.

c) Algunos números son impares.

12 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas falsas tipo universal afirmativa.

13 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas verdaderas tipo universal negativa.

14 El conjunto de los mamíferos, **determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas en:

a) $\forall x$, x es vertebrado. ( )

b) $\exists x$, x vive en el mar. ( )

c) $\forall x$, x tiene cuerno. ( )

Tarea

1 **Escribe** 3 ejemplos de enunciado abierto.

2 **Escribe** en forma verbal 3 ejemplos de proposición categórica.

3 **Escribe** en forma simbólica 3 ejemplos de proposición categórica.

4 En el conjunto de los números naturales, **determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) $\forall x$, $2x$ es par.

b) $\exists x$, x termina en 7.

c) $\forall x$, x tiene dos cifras.

Reforzando - Unidad 1

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál es la característica que no corresponde a una proposición?

A) Se puede representar por una letra.
B) Tiene un valor de verdad.
C) Se puede negar.
D) Algunas veces es verdadera y otras veces, falsa.

2 Una variable proposicional es:

A) Una proposición.
B) Una letra.
C) Un número.
D) Una afirmación.

3 No es proposición:

A) El café es oriundo del Perú.
B) El café es una planta.
C) Me gusta el café.
D) El café es un grano.

4 ¿Cuál de las proposiciones no es compuesta?

A) Arturo juega fútbol todos los días.
B) Dos es par o mayor que cero.
C) No es cierto que Arequipa sea un país.
D) Nasca es una provincia y está al sur de Ica.

5 Determina el valor de verdad de las proposiciones:

I. Las gaviotas tienen nido y los zorros, guarida.
II. El gato es doméstico o el perro es salvaje.
III. El sauce es un árbol y la rosa, una flor.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV

6 Determina el valor de verdad de las proposiciones:

I. La suma de dos números siempre es par.
II. 8 es mayor que 5 o igual a 5.
III. 9 es par o 7 es impar.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV

7 Si la proposición "Juan es abogado y Pilar, enfermera" es verdadera, ¿cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

A) Juan es médico o Pilar es enfermera.
B) Juan o Pilar es abogado.
C) Juan es abogado o Pilar no es enfermera.
D) Pilar no es enfermera y Juan es médico.

8 Siendo x un número natural, determina el valor de x para que las proposiciones $x < 5 \wedge x > 3$ sea verdadera.

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5

9 La proposición "Los demócratas visten terno y los liberales usan corbata" es:

A) Una proposición conjuntiva.
B) Una proposición disyuntiva.
C) Una proposición condicional.
D) Una proposición inductiva.

10 Si la proposición "Newton fue matemático y físico" es verdadera, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son falsas?

I. Newton fue científico y no fue matemático.
II. Newton fue físico pero no matemático.
III. Newton fue científico y no físico.

A) I y II B) II y III C) I y III D) I, II y III

11 No es una proposición categórica:

A) Todo peruano es demócrata.
B) Algunos peruanos viven en el extranjero.
C) Ningún peruano es chileno.
D) Los peruanos trabajan todos los días.

12 ¿Para qué valor de x la proposición "$\exists x$, x es mayor que 5" es falsa?

A) 200 B) 50 C) 5 D) 500

13 Para que la proposición $\exists x$, $3x = 6$, sea verdadera, x debe tomar el valor de:

A) 2 B) 3 C) 4
D) Todos los valores naturales

14 Determina el valor de verdad de las proposiciones:

a) El perro tiene 4 patas. ( )
b) Ciertos caballos usan herraduras. ( )
c) Los gatos no maúllan. ( )

15 Formula dos formas de negar la proposición: "La liebre salta".

16 Niega de dos maneras la proposición "Los gatos son mascotas agradables".

17 Formula una proposición que tenga la estructura: $p \wedge q$

18 Formula una proposición que tenga la estructura: $p \vee q$

19 Formula una proposición que tenga la estructura: $p \wedge \sim q$

20 Carmela dice: "Carla es bióloga y vive en Surco". Si Carmela dice la verdad, determina el valor de verdad de las proposiciones:

a) Carla es bióloga.
b) Es imposible que Carla viva en Surco.
c) Carla es bióloga o no vive en Surco.

21 Sean las proposiciones:

- Mario juega fútbol: p
- Pamela es artista: q

Si $p \vee \sim q$ es falsa, los valores de verdad de p y q son:

22 Sean las proposiciones:

- La mariposa es un ave: r
- La abeja es un insecto: s

Expresa verbalmente las proposiciones:

a) $s \wedge s$ b) $r \vee s$ c) $\sim r \vee s$

23 Sean las proposiciones:

- Delia vive en Ica: p
- Adela trabaja en un hospital: q

Si $p \vee \sim q$ es falsa, p y q son:

24 Con las proposiciones simples:

- "Los caballos son dóciles"
- "Las víboras son agresivas"

Formula dos proposiciones compuestas, una conjuntiva y otra disyuntiva.

25 Si la proposición "Fátima es profesora y no enfermera" es verdadera, determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

a) Fátima es profesora o enfermera.
b) Fátima no es profesora ni enfermera.
c) Fátima es enfermera y abogada.

26 Determina el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Todos los batracios viven en el agua.
b) Algunos ríos son caudalosos.
c) Todas las aves tienen plumas.

27 Expresa en forma simbólica los siguientes enunciados abiertos:

a) Un número mayor que 5.
b) Un número cuyo doble es 8.
c) Un número menor que 5.

28 Expresa en forma oral las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x,\ x < 0$ b) $\exists x,\ 2x = 10$ c) $\exists x,\ x \geq 6$

29 Determina el tipo de proposición categórica de:

a) Todos los números son pares.
b) Algunas personas venden fruta.
c) Ningún empleado trabaja gratis.

30 En las siguientes proposiciones, cambia el cuantificador universal por un cuantificador existencial.

a) Todas las abejas trabajan.
b) Todas las palomas tienen nido.
c) Ningún escolar es irrespetuoso.

Autoevaluación

1 Formula dos proposiciones simples y verdaderas y dos proposiciones falsas y compuestas.

2 Raquel dice: "Donato no vive en Lima o Isabel no es abogada". Si Raquel miente, escribe tus conclusiones.

3 Sean las proposiciones:

- Julia vive en Huánuco: r
- Emilia fabrica buzos: s

Si $r \vee \sim s$ es falsa, escribe las proposiciones y determina el valor de verdad de cada una:

a) $\sim r \wedge s$ b) $\sim r \vee s$ c) $\sim(r \wedge s)$

4 Si el esquema de la proposición "Marco no es futbolista ni atleta" es $\sim r \wedge \sim s$, escribe las proposiciones:

a) $\sim r \wedge s$ b) $\sim(r \vee s)$ c) $\sim(r \wedge \sim s)$

5 Expresa en forma simbólica y redactada la negación de las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x, x \geq 0$ b) $\exists x, 2x < 12$ c) $\exists x, x > 3$

6 En las siguientes proposiciones, cambia el cuantificador existencial por uno universal.

a) Algunos osos son polares.

b) Algunos pingüinos viven en el Polo Norte.

c) Algunos lobos son cazadores.

Conjuntos

Ninguno

Estos objetos son las pertenencias de Iván.

Él los ha agrupado en dos grupos. Asígnale un nombre a cada grupo:

- Útiles de _____
- Útiles de _____

VIDEO DE TEORÍA

En Matemática, a los grupos de objetos se les llama **conjunto** y a los objetos que lo conforman, **elementos.**

Determinación de conjuntos

Determinar un conjunto es identificarlo con un nombre y expresar cuáles son sus elementos.

Para nombrar un conjunto se utiliza una letra mayúscula: A, B, C, etc. Los elementos se expresan entre llaves y de dos formas:

Determinación por extensión

Enumerando cada uno de los elementos del conjunto.

A = {Crema dental, jabón, shampoo, cepillo de dientes}

E = {Cuaderno, borrador, regla, escuadra, lápiz, lapicero}

Determinación por comprensión

Mencionando una característica común de todos los elementos del conjunto, de modo que todo objeto que tiene tal característica es un elemento del conjunto.

A = {útiles de aseo} o A = {x/x es un objeto de aseo} (x/x: se lee "x tal que x")

E = {útiles escolares} o E = {x/x es un objeto de uso escolar}

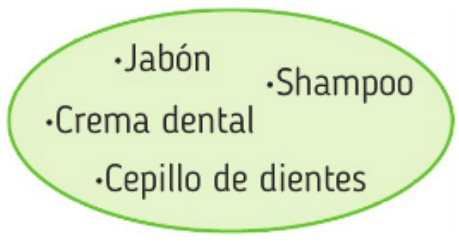
Pertenencia

Cuando un elemento integra un conjunto, se dice que le pertenece y se denota por $\in$, y cuando no es un elemento se dice que no le pertenece y se denota por $\notin$.

- Jabón $\in$ A
- Regla $\in$ E
- Shampoo $\notin$ E
- Borrador $\notin$ A

Representación gráfica de un conjunto

Un conjunto se representa gráficamente mediante curvas cerradas en cuyo interior se ubican los elementos acompañados por un punto.



Cardinal de un conjunto

El cardinal de un conjunto es el número de sus elementos. Se denota por car(A) o n(A).

- A = {a, b} entonces Car(A) = 2 o n(A) = 2
- B = {2; 4; 6; 8; 10} entonces Car(A) = 5 o n(A) = 5

Si en un conjunto se repiten elementos, se cuentan una sola vez.

- M = {1; 2; 2; 3; 5; 5; 5} entonces Car(M) = 4 o n(M) = 4
- N = {2; 2; 2; 2; 2} entonces Car(N) = 1 o n(N) = 1

Nivel básico

1 **Representa** simbólica (entre llaves) y gráficamente, un conjunto de prendas de vestir con cuatro elementos.

2 **Completa** apropiadamente:

a) Todo conjunto se nombra con:

_____

b) Un conjunto se determina por extensión cuando _____

_____

c) Un conjunto se determina por comprensión cuando _____

_____

3 **Determina** por extensión el conjunto P, formado por los números naturales pares mayores que 0 y menores que 11.

4 Dado el conjunto N = $\{x/x \in \mathbb{N};\ x < 6\}$, **calcula** la suma de sus elementos.

5 **Haz** corresponder el conjunto con su respectivo cardinal:

A = {a, b, c}	7
B = {2, 2, 3}	5
C = {Días de la semana}	2
D = $\{x/x \in \mathbb{N};\ x < 5\}$	3

Nivel intermedio

6 **Determina** por comprensión:

M = {2; 4; 6; 8; 10}

7 **Determina** por extensión:

A = {x/x es un mes del año que empieza con «m»}

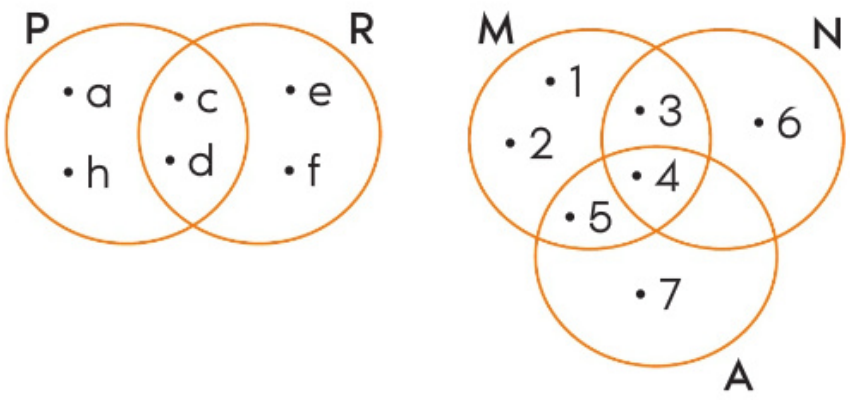
8 **Determina** por extensión el conjunto de las naves de Cristóbal Colón.

9 Dados: A = {1; 2; 3; 4; 5} y B = {2; 4; 6; 8}, **escribe** el símbolo $\in$ o $\notin$, según corresponda:

- 1 _____ A
- 3 _____ B
- 5 _____ B
- 2 _____ B
- 4 _____ A
- 6 _____ B

GENIOMATIC

10 De acuerdo al gráfico, **completa** los espacios en blanco con ∈ o ∉.



a _____ P 1 _____ A

c _____ P 2 _____ M

d _____ R 3 _____ N

e _____ P 4 _____ M y N

f _____ R 5 _____ A

h _____ R 6 _____ A

12 **Escribe** V si es verdadero y F si es falso.

- «s» pertenece al conjunto de letras de la palabra "durazno". ( )
- «a» pertenece al conjunto de vocales de la palabra "pera". ( )
- «d» no pertenece al conjunto de letras de la palabra "sandía". ( )

13 **Dibuja** el elemento respectivo.

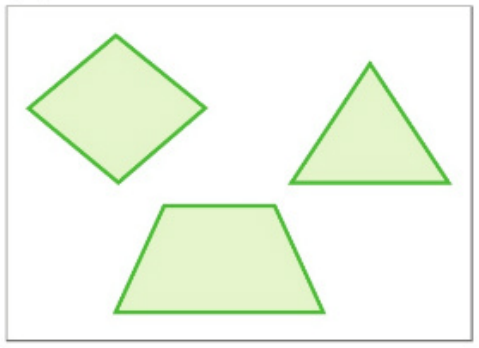
_____ ∈ A

_____ ∈ A

_____ ∉ A

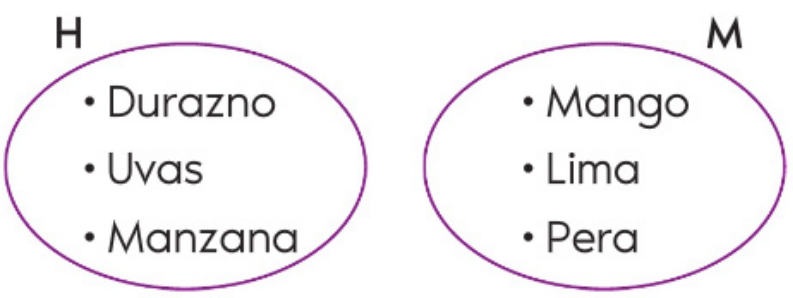
_____ ∈ A

A



Nivel avanzado

11 De acuerdo al gráfico, **completa** los espacios en blanco con ∈ o ∉.



Durazno _____ H Uvas _____ H

Manzana _____ H Pera _____ M

Mango _____ M Lima _____ H

14 **Escribe** los elementos en el espacio correspondiente.

_____ ∈ K

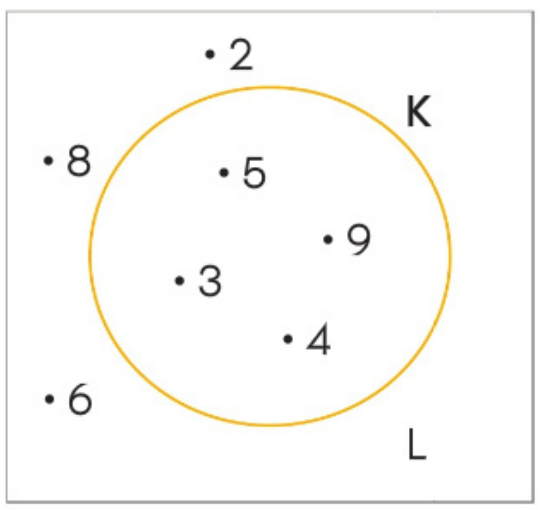
_____ ∈ K

_____ ∉ K

_____ ∈ K

_____ ∉ K

_____ ∈ K



Tarea

1 **Determina** por extensión el conjunto de las estaciones del año.

2 **Determina** por comprensión:

F = {Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno, Plutón}

3 **Determina** por extensión:

$B = \{x/x \in \mathbb{N},\ 25 < x < 32\}$

4 **Determina** por comprensión:

E = {0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90}

Clasificación de conjuntos

Noción de conjuntos

Hay conjuntos que tienen un solo elemento.

Otros tienen varios elementos, como el conjunto de las Maravillas del Mundo.

En Matemáticas hay conjuntos sin elementos.

VIDEO DE TEORÍA

De acuerdo al número de sus elementos, los conjuntos se clasifican en:

Conjunto unitario

Es el conjunto que tiene un solo elemento.

A = {x/x es el presidente actual del Perú}

B = {x/x es un satélite natural de la Tierra}

Conjunto nulo o vacío

Es el conjunto que no tiene elementos. Se denota por ϕ o { }.

A = {x/x es un cerdo que vuela}

B = {x/x hombre nacido en la Luna}

Conjunto finito

Es un conjunto cuyos elementos se pueden contar.

M = {x/x es una ciudad del Perú}

N = {x/x es un mes del año}

Conjunto infinito

Es un conjunto que tiene tantos elementos que no se los pueden contar.

M = {x/x es un grano de arena de la playa}

N = {x/x es un número natural}

Conjunto universal o universo (𝕌)

Es el conjunto que agrupa conjuntos más pequeños. Por ejemplo, el conjunto universal o universo del conjunto de niños de tu salón puede ser el conjunto de todos los niños de tu colegio.

El universo del conjunto de los niños de tu colegio puede ser el conjunto de los niños de todos los colegios de tu distrito.

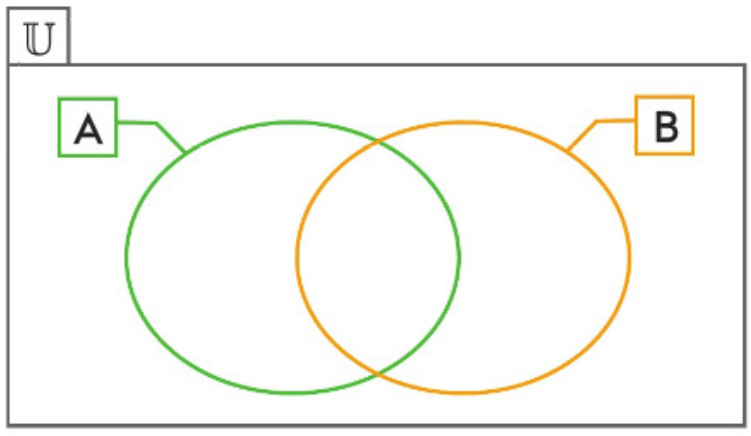
En fin, el conjunto universo es un conjunto relativo, referencial. No es que cada conjunto tenga un conjunto universal establecido, sino que para un conjunto dado, se elige el conjunto al que pertenece todos los elementos del conjunto dado.

Simbólicamente se representa con la letra U y gráficamente, mediante un rectángulo.

A = {Niños a quienes les gusta matemáticas}

B = {Niños a quienes les gusta el deporte}

U = {Niños del colegio}



Relación de inclusión

Sean los conjuntos:

A = {Instrumentos de viento}

B = { Instrumentos musicales}

Se observa que todos los elementos del conjunto A son elementos de B, entonces se dice que A está incluido en B y se denota así:

$A \subset B$: Se lee "A está incluido en B".

También se dice que A es subconjunto de B.

Para indicar que no está incluido, se usa: $\not\subset$.

Nivel básico

1 **Formula** dos ejemplos de conjunto unitario.

2 **Formula** dos ejemplos de conjunto nulo o vacío.

3 **Formula** dos ejemplos de conjunto finito.

4 **Formula** dos ejemplos de conjunto infinito.

5 ¿Qué clase de conjunto es el conjunto P = {2 + 3; 7 – 2; 5×1; 5 }?

Nivel intermedio

6 **Menciona** dos conjuntos incluidos en el conjunto de animales.

7 ¿Cuál puede ser el universo del conjunto de platos criollos?

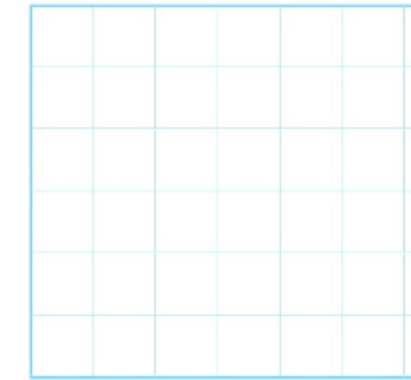
8 **Menciona** dos subconjuntos del conjunto de herramientas.

9 **Menciona** dos subconjuntos del conjunto plantas.

Nivel avanzado

10 Andrea dice que el conjunto de flores está incluido en el conjunto de plantas y Franco dice que el conjunto de plantas está incluido en el conjunto de flores. ¿Cuál de los dos tiene razón?

11 **Observa** los diagramas y escribe incluido ($\subset$) y no incluido ($\not\subset$).



A ____ B D ____ B

B ____ D B ____ A

D ____ A C ____ A

12 Sean los conjuntos A = {x/x es una vocal} y B = {x/x es una letra del alfabeto}

Escribe (V) o (F) en las afirmaciones:

a) A $\subset$ B ( ) d) B $\not\subset$ A ( )

b) A $\not\subset$ B ( ) e) A $\subset$ A ( )

c) B $\subset$ A ( ) f) B $\not\subset$ B ( )

13 **Escribe** todos los subconjuntos no vacíos de A = {2; 3; 5}

14 ¿Cuántos jugos diferentes se puede preparar con los elementos del conjunto mostrado? Vale mezclar pero en proporciones iguales.

Tarea

1. **Formula** dos ejemplos de conjunto unitario.
2. **Formula** dos ejemplos de conjunto nulo o vacío.
3. **Formula** dos ejemplos de conjunto finito.
4. **Formula** dos ejemplos de conjunto infinito.

Operaciones con conjuntos

Clasificación de conjuntos

Muchos jóvenes peruanos se dedican a estudiar, otros se dedican a trabajar y hay jóvenes que trabajan y estudian a la vez.

VIDEO DE TEORÍA

Observa el gráfico, **completa** y **escribe:**

Estudian y trabajan **Estudian o trabajan**

_____ _____ _____ _____

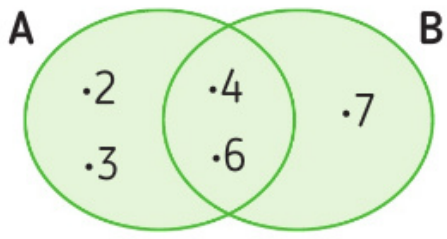
_____ _____ _____ _____

A partir de dos conjuntos, hemos formado el conjunto de los que *estudian y trabajan* y el conjunto de los que *estudian o trabajan*.

Lo que hemos realizado se llama operaciones con conjuntos. A continuación vamos a precisar en qué consisten estas operaciones.

Unión de conjuntos (∪)

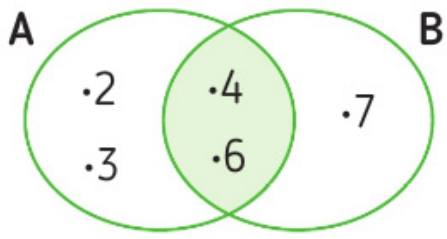
Dados dos conjunto A y B, el conjunto A unión B (A∪B) está formado por los elementos de A, los elementos de B y los elementos comunes. Para que un elemento esté en A∪B, debe estar en A o en B.



A∪B = {2; 3; 4; 6: 7}

Intersección de conjuntos (∩)

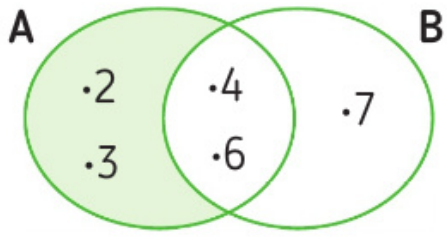
Dados dos conjunto A y B, el conjunto A intersección B (A∩B) está formado por los elementos comunes. Para que un elemento esté en A∩B, debe estar en A y en B.



A∩B = {4; 6}

Diferencia (–)

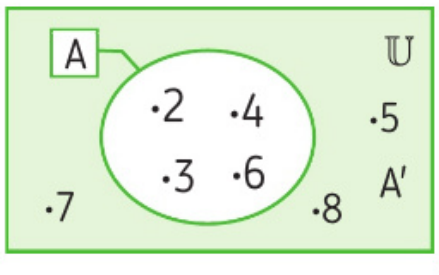
Dados dos conjunto A y B, el conjunto A menos B (A – B) está formado por los elementos de A que no están en B. Para que un elemento esté en A – B, debe estar en A y no en B.



A – B = {2; 3}

Complemento (A')

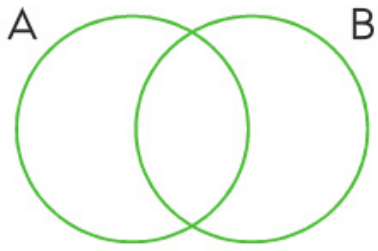
Dado un conjunto A, incluido en un universo 𝕌, el complemento de A (A') está formado por los elementos que le faltan a A para ser el universo. Para que un elemento esté en A', debe estar en U y no en A.



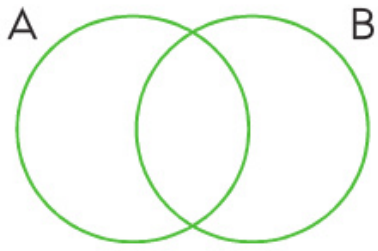
Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 En el gráfico, A es el conjunto de personas que consumen carne y B, el conjunto de personas que consumen pescado. **Colorea** lo que se indica:

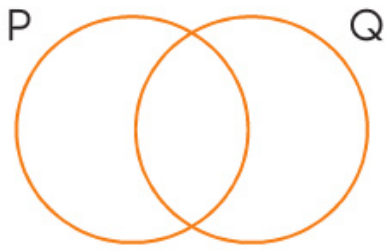


Consumen carne o pescado

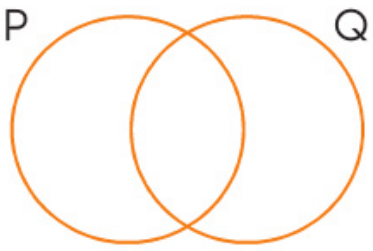


Consumen carne y pescado

2 En el gráfico, P es el conjunto de animales con alas y Q, el conjunto de animales que se alimentan con carne. **Colorea** lo que se indica:



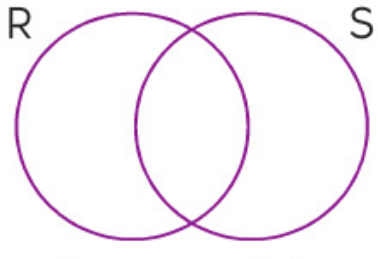
Tienen alas y no consumen carne



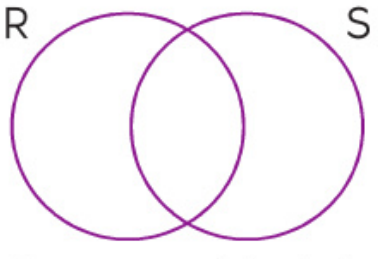
Consumen carne y no tienen alas

3 Dados A = {a, e, o} y B = {b, c, d, e}, **determina** el cardinal de A∪B.

4 En el gráfico, R es el conjunto de los que consumen inka kola y S, el conjunto de los que consumen coca cola. **Colorea** lo que se indica:

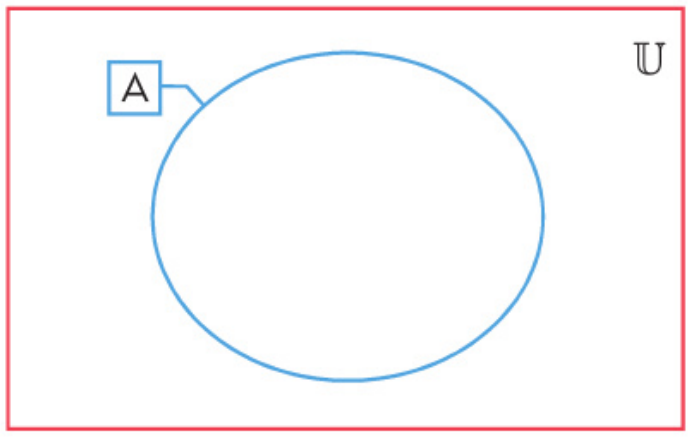


Consumen inka kola y coca cola



Consumen inka kola o coca cola, pero no ambas

5 En el gráfico, A es el conjunto de tiendas que tienen licencia municipal. Colorea el conjunto de tiendas que no tienen licencia municipal.



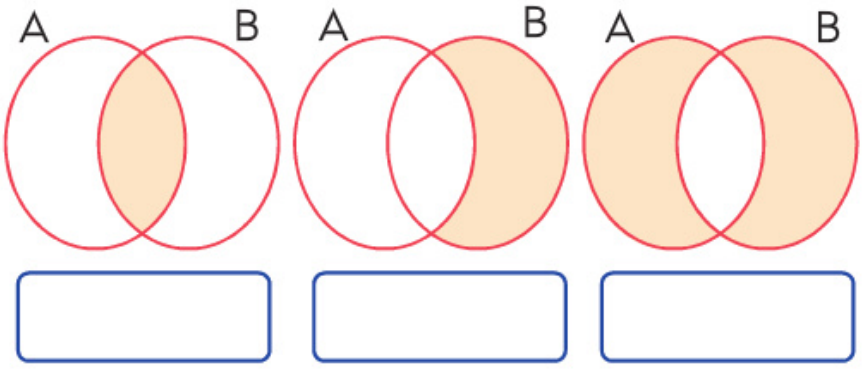
Nivel intermedio

6 Dados A = {a, e, o, u} y B = {a, b, c, d, e}, **determina:**

a) A − B = { _____ }

b) B − A = { _____ }

7 En la parte inferior de cada figura indica la operación que representa la parte coloreada de la misma.



8 Dados los conjuntos:

Grafica A∩B.

GENIO MATIC

9 Dados los conjuntos:

A

B

Grafica A∪B.

10 Dados A = {letra de la palabra PERA} y B = {letra de la palabra ROSA}, **determina** n(A∪B) + n(A∩B).

Nivel avanzado

11 De 100 niños, 60 tienen carritos, 50 tienen soldados y 20 tienen carritos y soldados. ¿Cuántos no tienen carritos ni soldados?

12 En la clase de Frida, 7 niños usan lentes y 10 niños juegan ajedrez. Si 3 niños que usan lentes juegan ajedrez:

a) ¿Cuántos niños que usan lentes no juegan ajedrez?

b) ¿Cuántos niños que juegan ajedrez no usan lentes?

13 De los niños que van al colegio de Blanca, 60 van en autobús, 50 en tren y 15 usan ambos medios de transporte. ¿Cuántos niños van en autobús o en tren?

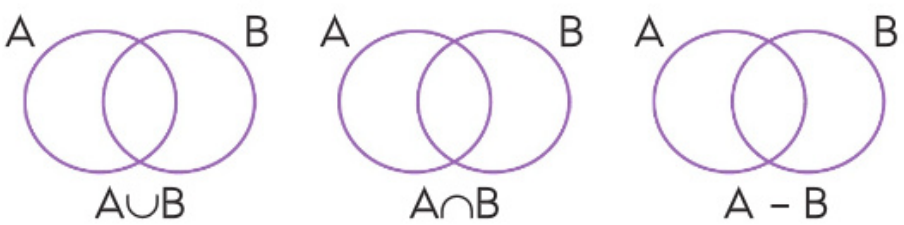
14 Los niños del colegio de Verónica fueron de paseo al campo. Sesenta fueron con gorro y 70 con zapatillas, 25 no llevaron gorro ni zapatillas y 20 llevaron gorros pero no zapatillas.

a) ¿Cuántos niños fueron de paseo?

b) ¿Cuántos llevaron gorro y zapatillas?

Tarea

1 **Colorea** lo que se indica:



2 Dados A = {a, b, c, d, e} y B = {a, e, i, o, u}, **determina** A∪B, A∩B y A – B.

3 De 60 jóvenes, 20 trabajan y estudian, 5 no trabajan ni estudian. ¿Cuántos trabajan o estudian?

4 De 60 niños, 18 usan lentes y 12 son zurdos. Si 5 zurdos usan lentes, ¿cuántos diestros no usan lentes?

Reforzando - Unidad 2

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Dados los conjuntos:
$A = \{5; 7; 9; 11\}$ y $B = \{3; 7; 9; 10\}$,
¿cuál es el cardinal de $A - B$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2 Para que el conjunto $A = \{x - 5; 6; y + 2\}$ sea unitario, ¿cuál debe ser el valor de $x + y$?

A) 15 B) 14 C) 13 D) 12

3 ¿Cuántos subconjuntos no vacíos tiene el conjunto $A = \{a, b, c\}$?

A) 3 B) 4 C) 7 D) 8

4 Treinta alumnos de un aula de clases juegan fútbol o básquetbol. Si 12 juegan sólo fútbol y 10 juegan sólo básquet, ¿cuántos juegan ambos deportes?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12

5 Cincuenta niños van de paseo a una laguna y para jugar llevan pelotas y barquitos. Si 38 llevan pelotas, 20 llevan pelotas y barquitos y 32 llevan barquitos. ¿Cuántos llevan un solo juguete?

A) 18 B) 40 C) 28 D) 30

6 De un grupo de alumnos de un aula, 20 practican fútbol, 12 practican solo básquet y 8, ambos deportes. ¿Cuántos juegan solo fútbol?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 9

7 Se ha encuestado a 80 comerciantes sobre los productos que venden y se ha determinado que 45 venden ropa, 35 venden juguetes y 30 venden ropa y juguetes. ¿Cuántos comerciantes no venden ropa ni juguetes?

A) 25 B) 28 C) 30 D) 35

8 En una caminata realizada por 30 jóvenes, 25 llevaron de refresco chicha o limonada, 5 llevaron chicha y limonada y 12 llevaron limonada. ¿Cuántos llevaron sólo una bebida?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25

9 En un valle hay 100 agricultores que cultivan algodón o vid. Si 55 cultivan solo algodón y 35 cultivan algodón y vid, ¿cuántos cultivan solo vid?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12

10 En una fábrica de zapatos y zapatillas, 40 trabajadores se dedican a zapatos, 28 a zapatos y zapatillas y 38 a zapatillas. ¿Cuántos trabajadores hay en la fábrica?

A) 38 B) 40 C) 48 D) 50

11 A la fiesta de Raquel asistieron 50 niños. Cuando ofrecieron bebidas, 21 niños tomaron gaseosa y 16 tomaron chicha morada. Si 10 niños tomaron gaseosa y también chicha, ¿cuántos no tomaron gaseosa ni chicha?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 18

12 Pedro y Telma compraron 24 reses, 8 reses son de ambos, 15 son de Pedro. ¿Cuántas reses son sólo de Telma?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

13 A 20 niños se le preguntó por su preferencia entre manzana y pera. Respondieron que a 8 les gusta ambas frutas y que a 12 les gusta pera. ¿A cuántos les gusta solo manzana?

A) 10 B) 8 C) 9 D) 6

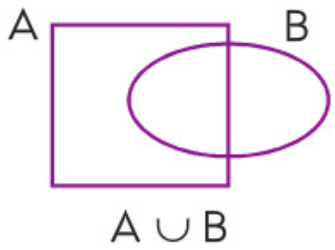
14 En un aula de 60 alumnos, a 45 les gusta el ajedrez y a 25, básquet. Si a 15 alumnos les gusta ambos deportes, ¿a cuántos no les gusta ajedrez ni básquet?

A) 8 B) 15 C) 10 D) 5

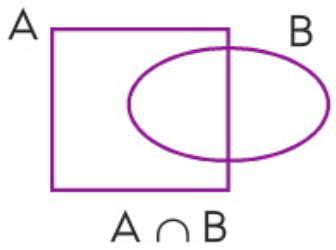
15 Soledad compra en total 16 helados, 10 de vainilla 12 de chocolate. ¿Cuántos helados son de vainilla y chocolate?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

16 Colorea las operaciones que se indican.

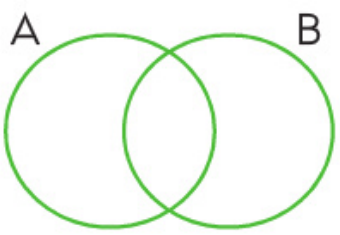


$A \cup B$

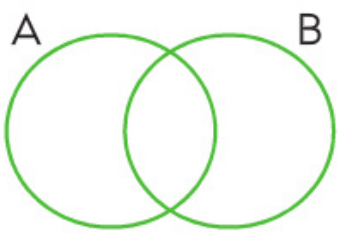


$A \cap B$

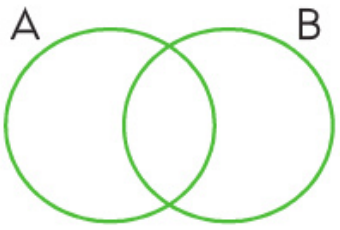
17 Colorea las operaciones que se indican.



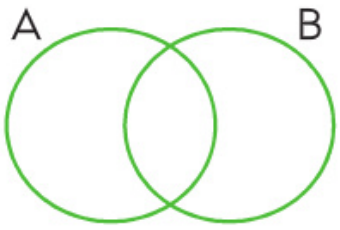
$A \cup B$



$A \cap B$

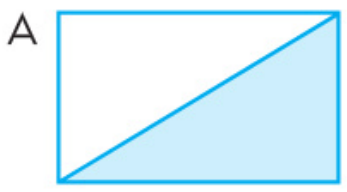


$A - B$



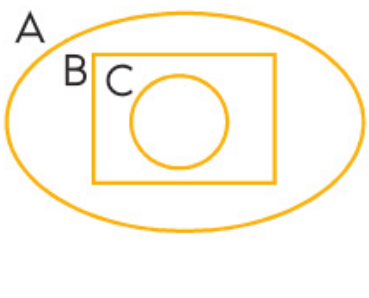
$B - A$

18 Dados los conjuntos:



Grafica $A \cup B$ y $A \cap B$.

19 Dados los conjuntos en el gráfico, califica como verdadero (V) o falso (F) las siguientes afirmaciones.



$A \subset B$ ( ) $B \subset C$ ( )

$B \subset A$ ( ) $C \subset B$ ( )

$C \subset A$ ( ) $C \not\subset A$ ( )

20 Si A = {libro, regla, borrador, lápiz} y
B = {cuaderno, colores}

En las siguientes afirmaciones, completa con (V) si es verdadero y con (F) si es falso.

a) lápiz $\in$ A ( ) d) color $\in$ B ( )

b) libro $\notin$ A ( ) e) borrador $\notin$ A ( )

c) regla $\in$ B ( ) f) cuaderno $\notin$ B ( )

21 Determina por extensión:

$P = \{x \in \mathbb{N} / 4 < x < 8\}$

$Q = \{x \in \mathbb{N} / 15 < x < 12\}$

$L = \{x \in \mathbb{N} / 9 < x < 12\}$

22 Dados los conjuntos:

A = {a, b, c, d}; B = {d; c; f}

obtén A – B.

23 Dados los conjuntos:

R = {x/x es un número impar < 8}

Q = {3; 4; 6; 7; 9},

determina (R – Q) U (Q – R).

24 Dado los conjuntos:

A = {x/x es un número natural mayor que 7 pero menor que 13}

N = {x/x es un número natural menor que 10 pero mayor que 5},

determina M – N.

25 Durante las vacaciones, 60 niños fueron al cine, 38 fueron al teatro y 16 fueron al cine y al teatro. ¿Cuántos de ellos fueron al cine o el teatro pero no a ambos?

26 Cincuenta turistas visitaron Paracas o Nasca, 23 visitaron solo Paracas y 20 visitaron solo Nasca. ¿Cuántos turistas visitaron los dos lugares?

27 En un centro de idiomas de inglés y francés de 40 alumnos, 17 hablan sólo francés y 10 hablan sólo inglés. ¿Cuántos hablan dos idiomas?

28 En un instituto de 60 alumnos estudian mecánica o carpintería, 40 estudian mecánica y 25 mecánica y carpintería. ¿Cuántos estudian una sola especialidad?

29 De un grupo de 72 personas, 38 hablan sólo español y 24 sólo quechua. ¿Cuántas personas hablan los dos idiomas?

Autoevaluación

1 Resuelve:

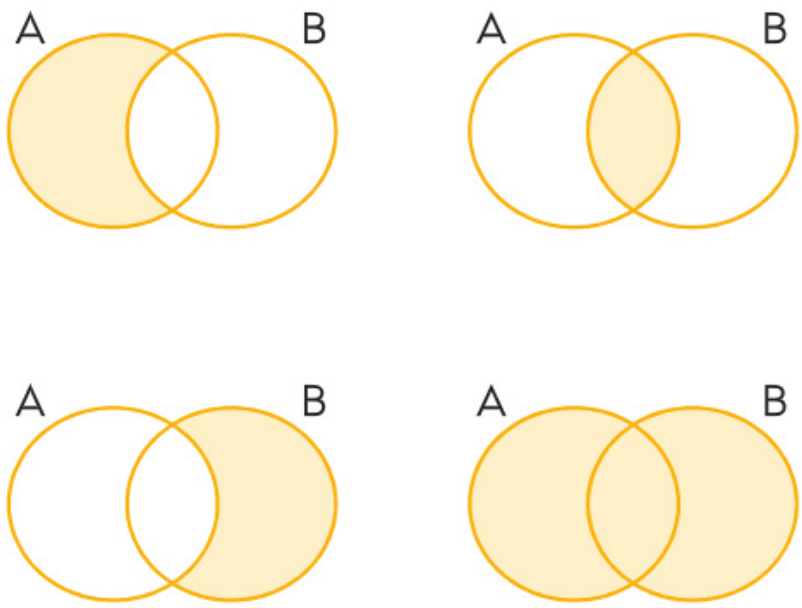
a) Para que A = {x + 3; 12} sea unitario, ¿qué valor debe tener x?

b) Dos conjuntos son iguales cuando tienen los mismos elementos. Para que los conjuntos A = {12; x; 7} y B = {7; y; 10} sean iguales, ¿cuál debe ser el valor de x + y?

2 ¿Cuáles son los conjuntos que están incluidos en P = {a; b, c}?

3 Representa gráficamente los conjuntos:
A = {2; 3; 5; 6; 7}, B = {4; 6; 7; 8; 9} y
C = {1; 2; 4; 6}

4 Expresa mediante operaciones con conjuntos las regiones sombreadas.



5 En un distrito se ha determinada que de cada 100 personas 40 saben conducir y 30 hablan inglés. Si 25 personas que saben conducir hablan inglés, ¿cuántas no saben conducir ni hablan inglés?

6 De cada 100 turistas que llegan al Cusco, 80 van a Machu Picchu, 60 van a Pisac, 8 no van a Machu Picchu ni Pisac. ¿Cuántos visitan Machu Picchu y Pisac?

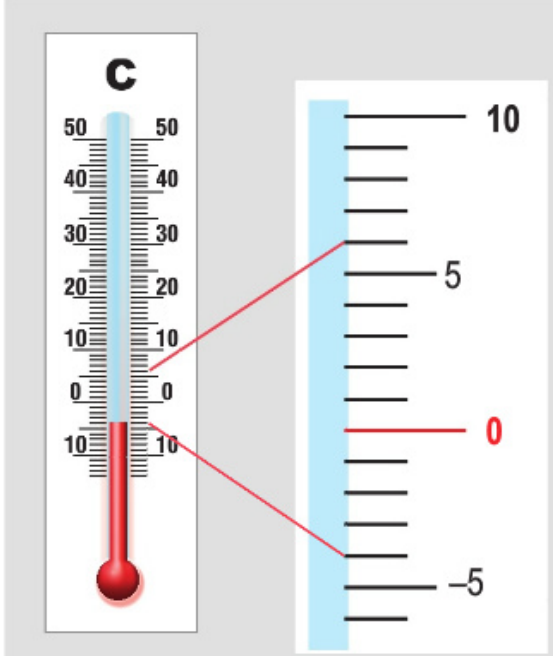
Números naturales

Números enteros

Marcos estudia en el colegio San Carlos de Puno. Cuando llegó del colegio vio que el termómetro marcaba 6 °C.

A la hora de acostarse miró el termómetro y vio que la temperatura había bajado 10 grados. ¿Qué temperatura marca el termómetro en ese momento?

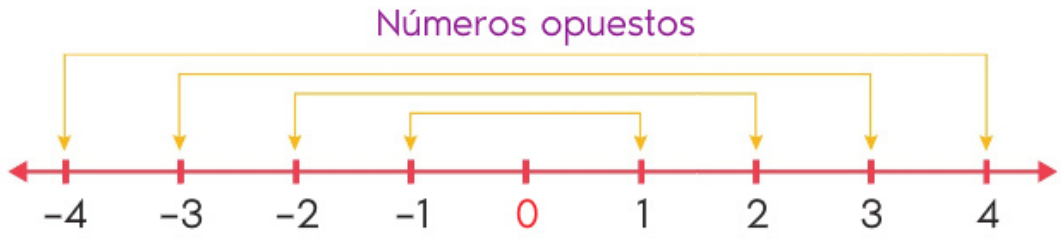
VIDEO DE TEORÍA



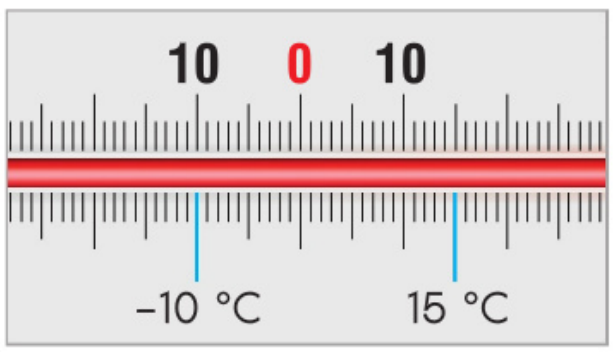
Cuando la temperatura baja 6 °C, marca 0°. Al bajar 10 °C, baja hasta 4 °C por debajo del cero y no hay número natural que pueda expresar esta temperatura.

Por esta razón vamos a ampliar el conjunto de los números naturales al de los números enteros.

Observa el gráfico:



Para diferenciar 4 °C bajo cero de 4 °C sobre cero, se utiliza –4 °C.

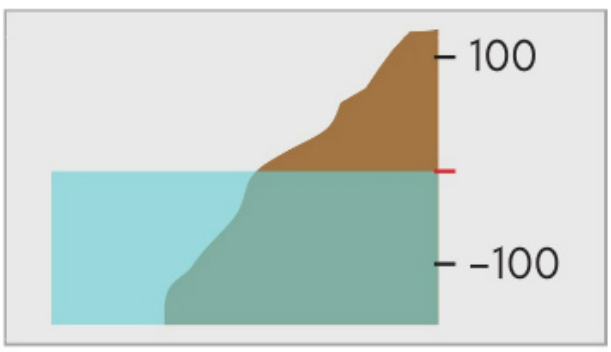


Decir que tengo 40 soles no es lo mismo que decir tengo una deuda de 40 soles.

Tengo 40 soles

Tengo –40 soles (deuda)

Estar 100 m sobre el nivel del mar no es lo mismo que estar a 100 m de profundidad del mar.



Ejemplo

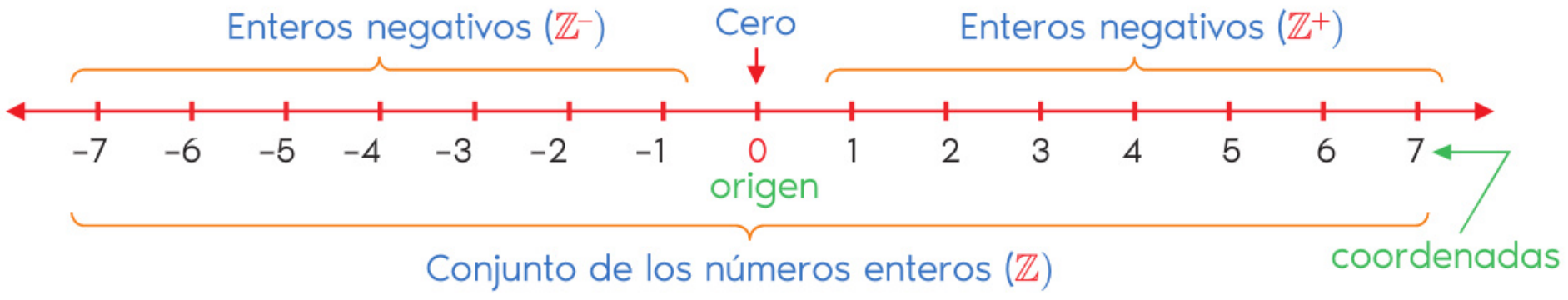
Completa:

4	es opuesto de	–4
–10	es opuesto de	10
15	es opuesto de	
	es opuesto de	–100
124	es opuesto de	

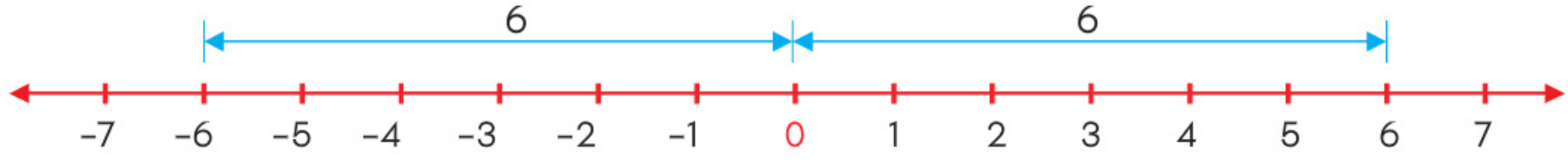
24	es opuesto de	
–45	es opuesto de	
	es opuesto de	150
	es opuesto de	–200
300	es opuesto de	

El conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$)

Los números naturales mayores que cero se denominan enteros positivos y sus opuestos son los números enteros negativos. Por lo tanto, el conjunto de los números enteros está formado por los enteros positivos, los enteros negativos y el cero.



Distancia de un punto al origen



La distancia de cualquier punto al origen es la coordenada del punto pero con signo positivo.

- Distancia de 6 al 0: $|6| = 6$
- Distancia de −6 al 0: $|-6| = 6$

Nivel básico

1 **Representa** en la recta numérica los siguientes números: 4; −3; 3; −4; 1; y 5.

2 ¿Cuál de los siguientes números está más cerca del cero? **Demuestra** gráficamente.

A) −5 B) −2 C) 3 D) 4

3 **Representa** en la recta los números consecutivos desde −9 hasta −3.

4 **Ordena** ascendentemente los números:

5 ; −3 ; 3 ; −6 ; 2 ; −5 y −4

5 **Calcula** $E = |4| + |-3| + |-7|$.

Nivel intermedio

6 En la recta numérica **representa** los números −8; −5; 2 y 12 y su respectivo opuesto.

GENIOMATIC

7 **Escribe** la expresión numérica de:

a) 30° bajo cero.

b) 50 soles de deuda.

c) Año 500 antes de Cristo.

8 En los recuadros, **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) −38 ☐ −10 b) 42 ☐ −43

c) −19 ☐ −61

9 Se usan solo números enteros positivos para expresar:

I. Vehículos que pasan por el peaje.

II. Temperatura corporal.

III. Ganancias en un negocio.

10 ¿Cuál de los números está más alejado del cero?

a) El opuesto de 18 c) El posterior de 16

b) El antecesor de −15

Nivel avanzado

11 **Halla** el resultado de efectuar:

$$A = |-12| + |-4| - |-2| + |-9||$$

12 **Calcula** los siguientes números:

a) El mayor número par menor que 18.

b) El menor número impar mayor que −15.

c) El mayor número negativo cuya suma de cifras es 10.

13 **Escribe** los siguientes números:

a) El mayor número negativo de dos cifras.

b) El menor negativo impar mayor que −15.

c) El menor negativo par de dos cifras.

14 Si el número 13 equidista de −8 y a, ¿cuál es el valor de a?

Tarea

1 **Escribe** los opuesto de 12; −5; −8; 10 y 28.

2 **Menciona** dos ejemplos donde se utilice los enteros positivos y negativos.

3 **Ordena** ascendentemente los números:

−18 ; −30 ; −1 ; 12 ; −8 ; 13

4 ¿Cuál es el número negativo que está a 15 unidades del cero?

Operaciones con números enteros

Números enteros

El papá de Mateo es abogado y tiene una oficina en el piso 12 de este edificio.

El tío de Mateo también tiene su oficina en el mismo edificio.

¿En qué piso está la oficina del tío, si cuando Mateo quiere visitar al tío baja 9 pisos desde la oficina de su padre?

VIDEO DE TEORÍA

Bajar 9 pisos lo representamos con –9.

Entonces bajar 9 pisos desde el piso 12 lo representamos mediante la operación:

$$12 - 9 = 3$$

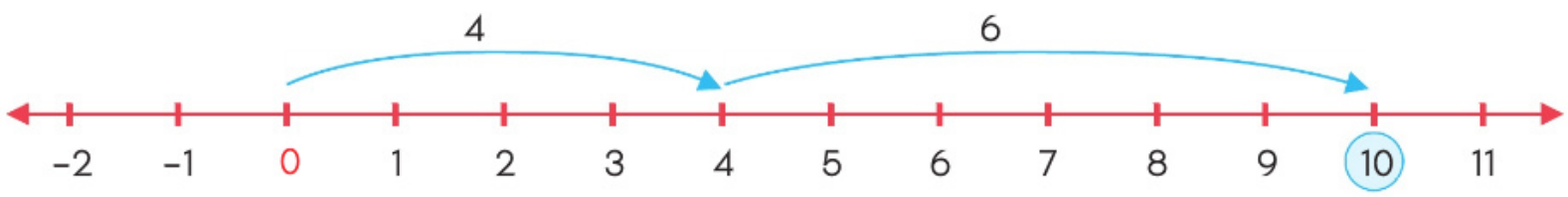
Entonces la oficina del tío está en el piso 3.

¿Cómo representaríamos subir 6 pisos del piso 3?

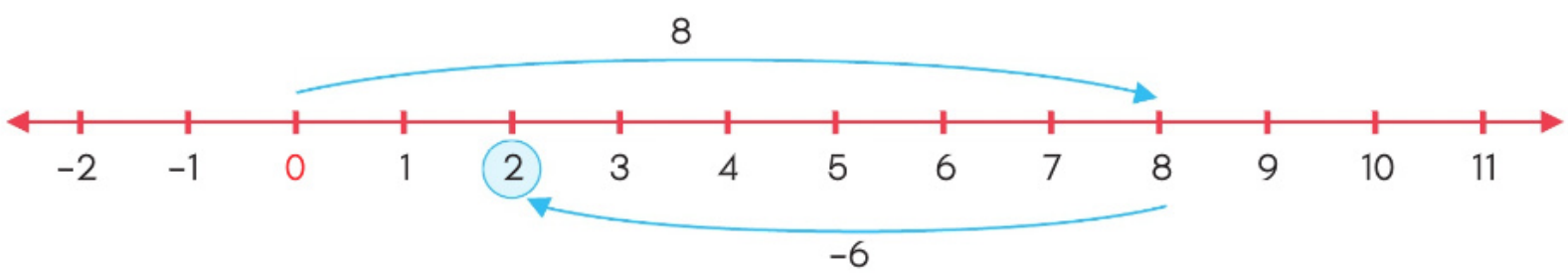
Subir 6 pisos desde el piso 3 lo representamos por: $3 + 6 = 9$

Adición de enteros

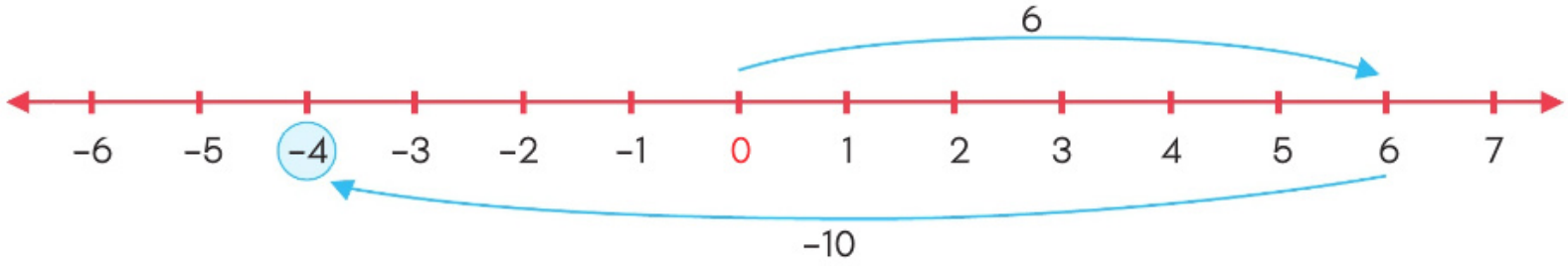
$4 + 6 = 10$



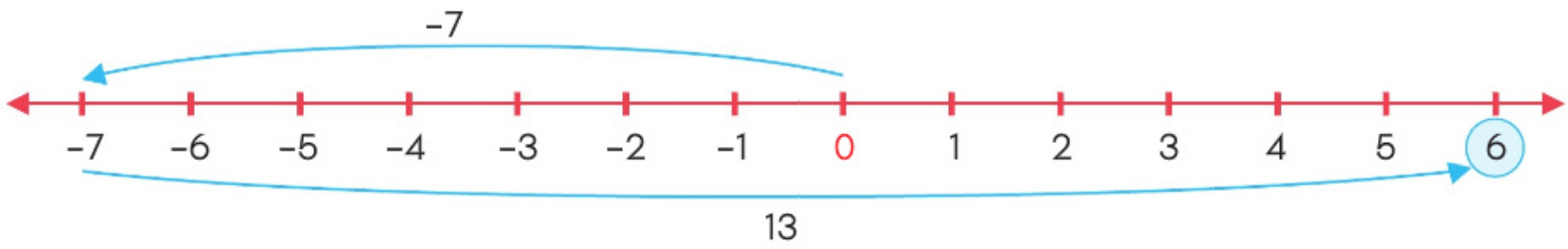
$8 - 6 = 2$



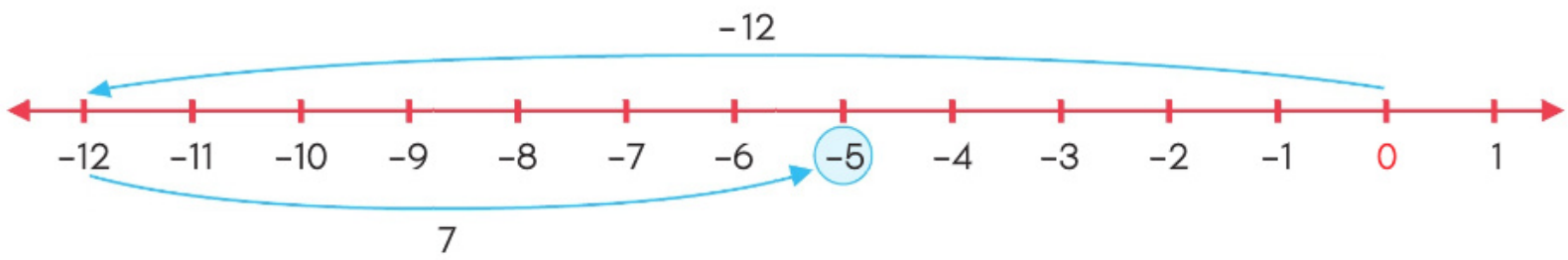
$6 - 10 = -4$



$-7 + 13 = 6$

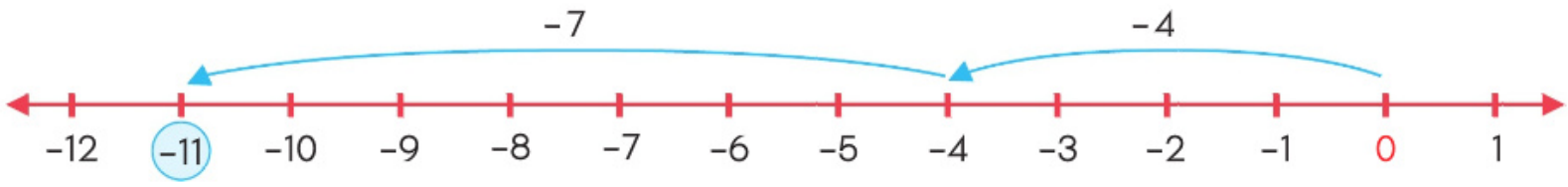


$-12 + 7 = -5$



Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

$-4 - 7 = -11$



Multiplicación de enteros

$4\times5 = 20$	$4\times(-5) = -20$	$(-4)\times5 = -20$	$(-4)\times(-5) = 20$
$(+)(+) = +$	$(+)(-) = -$	$(-)(+) = -$	$(-)(-) = +$

Nivel básico

1 **Completa** la tabla:

+	1	-1	3	-3	5	-5
3	4	2				
-5		-6				
7						
-8						

2 **Completa** la tabla:

×	1	-1	3	-3	5	-5
3	3	-3				
-5		5				
7						
-8						

3 **Efectúa** $E = 4 + 6 - 7 - 6 - 4 + 7$.

4 **Expresa** mediante operaciones con enteros:

a) Gano 15 soles y pierdo 10 soles.

b) Bajo 9 peldaños y subo 6 peldaños.

c) La temperatura sube 12° y baja 9°.

5 **Expresa** mediante operaciones con enteros:

a) Apuesto 4 veces 5 soles y pierdo en todas.

b) Subo de 3 en 3 peldaños con un total de 7 pasos.

c) La temperatura baja 6° cada hora durante 5 horas.

Nivel intermedio

6 ¿Cuál de las expresiones es mayor?

$M = -31 + 31$ $R = -16 + 10$

7 **Ordena** en forma ascendente los resultados de:

$A = -10 + 8$ $C = -5 + 12$

$B = -7 - 8$ $D = 5 - 12$

8 A Fabio le debía 24 soles y le pagué 13 soles. ¿Cuánto le debo?

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

9 Tenía 10 soles, luego gané 15 soles y finalmente perdí 13 soles. ¿Cuánto tengo?

10 Tenía 20 soles y compré 5 helados de 3 soles. ¿Cuánto me queda?

Nivel avanzado

11 Fui con 20 soles a jugar. Perdí 4 apuestas de 5 soles cada una y gané 2 apuestas de 6 soles. ¿Cuánto tengo?

12 Una rana se encuentra en el punto 0 de la recta numérica mirando el 1. Da 6 saltos de 3 unidades en retroceso. ¿A qué punto de la recta llega?

13 En Cerro de Pasco amaneció con −8 °C, hasta el mediodía la temperatura subió en 9 °C y en la tarde bajó 6 °C. ¿Qué temperatura marca el termómetro?

14 Un submarino está a 120 m de profundidad, emerge 50 m y luego desciende 70 m. ¿A qué profundidad se encuentra?

Tarea

1 ¿Cuál de los resultados es mayor?

A = −12 + 5 C = −8 + 10 B = −9 − 8

2 **Ordena** en forma ascendente:

P = (−12)(5) Q = (7)(−6) R = (−6)(−5)

3 Tenía 60 soles, aposté 5 veces 9 soles y perdí todas. ¿Cuánto tengo?

4 Tenía 20 soles, aposté 8 veces 6 soles y en cada una gané 4 soles. ¿Cuánto tengo?

Operaciones combinadas

Adición y multiplicación de enteros

División de enteros

A Omar le gusta mucho el fútbol y no le duran mucho tiempo los balones.

Se compró un balón por 60 soles para pagar 5 soles a la semana.

¿En cuántas semanas cancela la deuda?

VIDEO DE TEORÍA

Como 60 soles es una deuda, lo representamos por −60. El pago semanal de 5 soles es una salida de dinero, entonces lo representamos por −5.

Por lo tanto, calculamos el número de semanas dividiendo −60 entre −5: $-60 \div (-5) = 12$.
La deuda la cancela en 12 semanas.

En la división de enteros se aplica la misma **regla de los signos** que en la multiplicación:

$20 \div 5 = 4$	$20 \div (-5) = -4$	$-20 \div 5 = -4$	$-20 \div (-5) = 4$
$(+)(+) = +$	$(+)(-) = -$	$(-)(+) = -$	$(-)(-) = +$

Operaciones combinadas sin signos de agrupación

Orden de prioridad de las operaciones

1° Multiplicación y división.

2° Adición y sustracción

Cuando intervienen varias operaciones, primero efectuamos las multiplicaciones y divisiones, luego las adiciones.

Cuando son operaciones de la misma jerarquía, se efectúan de izquierda a derecha.

- $12 + 5 - 11 + 4 = 10$
  17
  6
- $9 \times 5 \div 3 \times 2 = 30$
  45
  15
- $9 + 2 \times 5 - 18 \div 6 = 16$
  10 3
  19

Operaciones combinadas con signos de agrupación

Signos de agrupación

Paréntesis: ( )
Corchetes: [ ]
Llaves: { }

Los signos de agrupación se utilizan para indicar en qué orden se deben efectuar las operaciones.

Cuando hay signos de agrupación, primero se efectúan las operaciones entre signos colectores o primero se suprimen los signos de agrupación y luego se efectúan las operaciones.

Efectuando las operaciones entre signos colectores:

- $2 \times (12 - 7) + 12 \div [2 + (14 - 10)]$
  $= 2 \times (12 - 7) + 12 \div [2 + (14 - 10)]$
  $= 2 \times (5) + 12 \div [2 + (4)]$
  $= 10 + 12 \div 6 = 10 + 2 = 12$

Suprimiendo signos de agrupación:

- $10 + \{[2 - (8 - 3 \times 4)] - (2 \times 5 - 7)\}$
  $= 10 + \{[2 - 8 + 3 \times 4] - 2 \times 5 + 7\}$
  $= 10 + \{2 - 8 + 3 \times 4 - 2 \times 5 + 7\}$
  $= 10 + 2 - 8 + 3 \times 4 - 2 \times 5 + 7$
  $= \cancel{10} + 2 - 8 + 12 - \cancel{10} + 7 = 13$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Supresión de signos colectores

Cuando un signo de agrupación está precedido por un signo positivo, todos los términos en su interior salen con su propio signo y si está precedido por un signo negativo, salen con signo cambiado.

- $4 + (-9 + 7 + 3) - (-2 + 7 - 9)$

  $= 4 - 9 + 7 + 3 + 2 - 7 + 9$

  $= 4 + 3 + 2 = 9$

- $2 + (12 - 7 + 3) + [2 - (-14 + 12)]$

  $= 2 + 12 - 7 + 3 + [2 + 14 - 12]$

  $= 2 + 12 - 7 + 3 + 2 + 14 - 12 = 14$

Nivel básico

1 **Efectúa** las operaciones:

- $12 \div 3 =$ ☐
- $-15 \div 3 =$ ☐
- $-12 \div (-4) =$ ☐
- $10 \div (-5) =$ ☐

2 ¿Cuál de los resultados es mayor?

$A = 6 - 3 \times 2 + 7$ $B = 8 + 4 \times 6 - 10$

3 **Efectúa** las operaciones:

$P = 2 + (6 - 2 \times 8)$ $Q = -(3 + 4 \times 6 - 18)$

4 **Efectúa:**

$E = 2 \times (6 - 4) - 3(1 - 5) + 4 \times (12 - 8)$

5 **Efectúa:**

$E = 3 \times (6 - 3) - 2[1 + (12 - 2 \times 8) - 4]$.

Nivel intermedio

6 Nuria tenía 25 soles y compró 4 chocolates de 3 soles. **Expresa** mediante operaciones con enteros el dinero que le queda.

7 Santiago ahorra diariamente 8 soles y Milagros ahorra 5 soles por día. **Expresa** cómo se calcula el ahorro de los dos en 12 días e **indica** el resultado.

8 **Distribuye** en los recuadros los números 3; 4 y 5, de modo que se obtenga el máximo resultado y el mínimo resultado:

Máximo: ☐ + ☐ × ☐ = _____

Mínimo: ☐ + ☐ × ☐ = _____

Genio Matic

9 Con dos billetes de 10 soles, se compra 5 bebidas de 3 soles cada una y dos galletas de un sol. **Expresa** la operación que se realiza para calcular el vuelto.

10 Si Moisés compra 9 camisas a S/. 35 cada una, 6 camisetas a S/. 18 cada una y 5 pantalones a S/. 85 cada uno, ¿a cuánto asciende su gasto?

Nivel avanzado

11 Telma compra 7 blusas de S/. 25, 4 vestidos de S/. 65 y 8 pantalones de S/. 94. ¿A cuánto asciende su gasto?

12 Ricardo compra 2 ternos a 245 soles y 5 sombreros a 35 soles. Vende los ternos ganando 35 soles en cada uno y los sombreros, perdiendo 10 soles en cada uno. **Expresa** mediante operaciones la ganancia total de sus ventas.

13 Samanta entra a un tragamonedas con 3 billetes de 20 soles. En 5 juegos pierde 12 soles en cada uno y en 4 juegos gana 10 soles en cada uno. **Expresa** mediante operaciones el dinero que le queda.

14 Estando una piscina con 60 cubos de agua, se abren dos caños. Si uno vierte agua a razón de 12 cubos por minuto y el otro desagua a razón de 7 cubos por minuto, **expresa** la cantidad de agua que hay en la piscina al cabo de media hora.

Tarea

1 **Efectúa** E = 12 + 2×10 – 8

2 Con dos billetes de 20 soles, Xana compra cinco helados de 4 soles y 3 bebidas de 6 soles. Expresa el dinero que le queda.

3 **Efectúa** F = 2(12 – 1) + 3(10 – 8) – 7×2

4 Una reunión de padres de familia empezó con 18 padres. Si al rato llegaron 8 parejas y se retiraron 7 padres, ¿con cuántos padres continúa la reunión?

Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A) El opuesto de −8 es 8.
B) La suma de un número y su opuesto es cero.
C) Si la suma de dos números es cero, entonces los números son opuestos.
D) El opuesto de un número siempre es negativo.

2 ¿Cuál de los números es más cercano a cero?

A) −6 B) −5 C) 7 D) −3

3 Si se ordenan los números 7; −1; −3; 6; −2 el número que se ubica al centro es:

A) −1 B) −2 C) 6 D) −3

4 ¿Cuál de los siguientes resultados es mayor?

A) $4 + 5\times3$ B) $4\times(5 + 3)$
C) $4\times5 + 3$ D) $5 + 3\times4$

5 ¿Cuál de los siguientes resultados es menor?

A) $5\times3 - 4$ B) $4 - (5 + 3)$
C) $4 - 5\times3$ D) $5 - (-3)\times4$

6 Calcula $P = 80\div4 + 20\times2 - 15 + 25$

A) 70 B) 60 C) 65 D) 80

7 Si de 10 °C la temperatura baja 18 °C, ¿cuánto marca el termómetro?

A) 8 °C B) −6 °C C) −8 °C D) −10 °C

8 Desde 120 m de profundidad, un submarino desciende 80 metros y luego asciende 70 m. ¿A qué profundidad se encuentra?

A) −130 m B) −110 m
C) −120 m D) −100 m

9 José debe 55 soles a un taller por la reparación de su auto. Si abona 28 soles, ¿cuánto debe?

A) S/. 23 B) S/. 27
C) S/. 21 D) S/. 17

10 Un avión vuela a 12 000 m y un submarino está a -150 m. ¿Cuál es la diferencia de alturas entre ambos?

A) 11 850 m B) 12 150 m
C) 12 850 m D) 12 250 m

11 Augusto, emperador romano, nació en el año 63 a.C. y murió a los 49 años. ¿En qué año murió?

A) 14 a.C. B) 14 d.C.
C) 24 a.C. D) 23 a.C.

12 En Ticlio, el termómetro marcaba 15° bajo cero; al bajar a Morococha subió en 9° y al llegar a Jauja subió 12°. ¿Cuál es la temperatura en Jauja?

A) 8 °C B) −6 °C C) 6 °C D) 9 °C

13 Compramos un frigorífico. Cuando lo enchufamos a la red eléctrica está a la temperatura ambiente, que es de 22° C. Si cada hora la temperatura baja 4 °C, ¿a qué temperatura estará al cabo de 6 horas?

A) 2 °C B) −2 °C C) −3 °C D) 3 °C

14 El día 28 de enero, el termómetro marcó en Juliaca una mínima de -10 °C y en Tacna llegó a una máxima de 32 °C. ¿Cuál fue la diferencia de temperaturas entre ambas ciudades?

A) 42 °C B) 22 °C C) 25 °C D) 38 °C

15 Si estoy en el piso 15°, bajo 7 pisos y subo 12 pisos, ¿en qué piso me sitúo?

A) 14° piso B) 18° piso
C) 16° piso D) 20° piso

16 Calcula el resultado de:

$$4 + (3 + 7 - 9) - (-6 + 7 - 3)$$

17 Calcula el resultado de:

$$2 + 3(6 - 9) - 3(-6 - 3) + 2(9 - 5)$$

18 ¿Cuál de los siguientes resultados es mayor?

$A = (-5)(-3) - 10$ $\quad M = -4 - (-6)(-3)$

$R = (-2)(-3)(-4) - 16$

19 Calcula el resultado de:

$$3 + 2[-(6 - 8) - 4(-6 - 4) + 2] - (9 - 5)$$

20 Calcula R + T en:

$R = (-7)(8) - (-9)(5)$

$T = (-5)(3) - (-4)(-4) - 14$

21 Calcula P÷Q si $P = 50\times2 - 35\div7 - 33$ y $Q = 187 - 91\times2$

22 ¿Cuál es la diferencia entre

$(48 - 30)\times3 - 20$ y $(59 - 40)\times4 - 35$?

23 Resuelve e indica el producto de cifras del resultado de la siguiente operación:

$$54\div6 + 8\times2\times5\div5 + 118 - 108$$

24 Andrea vive en el 12° piso, sube al ascensor y baja al sótano 2. ¿Cuántos pisos ha bajado?

25 Le debo a mi amigo 15 soles. En una rifa de navidad me he ganado 100 soles. Si lo primero que hago es pagarle a mi amigo, ¿cuánto dinero tengo?

26 Sandro parte en ascensor desde el primer piso de su edificio. El ascensor sube 6 plantas, después baja 3, sube 7, baja 8, sube 12, sube 7 y baja 9. ¿En qué planta está?

27 Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 840 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 65 m de altura. ¿Qué altura asciende el petróleo?

28 ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que está a 8°C, a la del pescado congelado, que está a -16°C?

29 En una estación de esquí, la temperatura más alta ha sido de 6° C y la más baja, de -35 °C. ¿Cuál ha sido la diferencia de temperaturas?

30 Pitágoras nació el año 585 a. C y murió el año 495 a. C. ¿Cuántos años vivió Pitágoras?

31 Jorge tiene una deuda y decide pagar 110 soles cada mes. ¿Cuál era el importe de la deuda si tarda 9 meses en saldarla?

32 Tengo en el banco 140 soles, me ha llegado una factura de 212 soles. ¿Cuánto me falta para pagar la factura?

33 Un depósito de agua potable de 10 mil litros está lleno. Cada día entran 2500 litros y salen 3000 litros. Indica el tiempo que tardará en vaciarse.

34 Un barco está hundido a unos 150 metros de profundidad. Se reflota a una velocidad de 5 metros por minuto. ¿A qué profundidad estará al cabo de una hora?

35 En la ciudad de Pucallpa, a las 12:00 m hacía una temperatura de 41 °C. Para las 8:00 pm la temperatura había descendido 18 °C. ¿Cuál era la temperatura que se registraba en la ciudad de Pucallpa a las 8:00 pm.

36 En la cuenta corriente del banco, tenemos 1200 soles. Se paga el recibo de la luz, que vale S/. 85; el recibo del teléfono, que vale S/. 115, y dos facturas de combustible de S/. 48 cada uno. ¿Cuánto dinero queda en la cuenta corriente?

37 La fosa marina de Mindanao tiene una profundidad de 11 040 metro y la fosa marina de Java, de 7250 metros. Calcula la diferencia entre la más y la menos profunda.

Autoevaluación

1 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $5 + (-3 + 7 - 6) - (-6 + 4 - 7)$

b) $2 + [2(4 - 8) - (- 6 + 3) + 2] - (8 - 3)$

c) $2 + 3(10 - 7) - 4(- 6 - 3) + 2(9 - 5)$

2 ¿Cuál de los siguientes resultados es mayor?

$A = (-5)(-3) - 10$ $\qquad$ $M = -4 -(-6)(-3)$

$R = (-2)(-3)(-4) - 16$

3 Una bomba extrae petróleo de un pozo a 750 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 45 m de altura. ¿Qué altura asciende el petróleo?

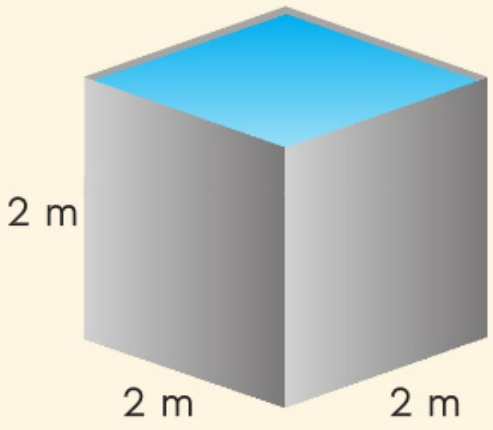
4 Sheila entró a jugar en un tragamonedas con tres billetes de 20 soles. En 5 juegos perdió 7 soles en cada uno y en 8 juegos perdió 4 soles en cada uno. ¿En cuánto quedó endeudada?

5 Un buzo que está a 25 m de profundidad asciende 12 metros, luego descendo 15 m y, por último, asciende 9 m. ¿A qué profundidad se encuentra?

6 Timoteo compró 2 pelotas a 42 soles cada uno y 3 gorros a 18 soles cada uno. Vendió las pelotas en 54 soles cada una y los gorros a 13 soles cada uno. ¿Ganó o perdió en esta operación y cuánto?

Números naturales

Potenciación



¿Cuánta agua contiene este reservorio cúbico?

Para calcular el volumen de este tipo de sólidos se multiplica el ancho por el largo y la altura.

En el caso del reservorio, las tres dimensiones son iguales y miden 2 m cada una. Por lo tanto, el volumen es $2\times2\times2 = 8$ metros cúbicos.

VIDEO DE TEORÍA

Las multiplicaciones de factores iguales se conocen como **potenciación:**

- $2\times2\times2 = 2^3$ Se lee "2 al cubo"
- $2\times2\times2\times2 = 2^4$ Se lee "2 a la cuarta"
- $3\times3 = 3^2$ Se lee "3 al cuadrado"
- $3\times3\times3\times3\times3 = 3^5$ Se lee "3 a la quinta"

La potenciación se rige bajo unas reglas que vamos a definir a continuación:

1. Exponente natural

En la expresión de la derecha, el número 5 se llama **exponente** e indica cuántas veces se debe multiplicar por sí misma la base, o sea, el 7.

Exponente natural

$7^5 = \underbrace{7\times7\times7\times7\times7}_{5 \text{ factores}}$

Base

Ejemplo 1: **Expresa** en forma de multiplicación las siguientes potencias:

- $2^3 =$ _____
- $6^5 =$ _____
- $3^4 =$ _____
- $8^6 =$ _____

Ejemplo 2: **Expresa** en forma de multiplicación y calcula el resultado.

- $3^2 =$ _____
- $4^3 =$ _____
- $2^4 =$ _____
- $3^4 =$ _____

Ejemplo 3: **Calcula** el cuadrado de los 10 primeros números naturales:

- $0^2 =$ _____
- $1^2 =$ _____
- $2^2 =$ _____
- $3^2 =$ _____
- $4^2 =$ _____
- $5^2 =$ _____
- $6^2 =$ _____
- $7^2 =$ _____
- $8^2 =$ _____
- $9^2 =$ _____

2. Exponente cero

Cualquier número diferente de cero elevado a un exponente cero es igual a 1.

$a^0 = 1;\ \forall a \neq 0$

- $8^0 = 1$
- $45^0 = 1$
- $4769^0 = 1$
- $(345^7 + 223^8)^0 = 1$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

3. Exponente negativo

El exponente negativo indica que la base se debe invertir. $7^{-5} = \frac{1}{7^5}$

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$
- $7^{-3} = \frac{1}{7^3}$
- $8^{-5} = \frac{1}{8^5}$
- $\frac{1}{3^5} = 3^{-5}$
- $\frac{1}{4^{-3}} = 4^3$

Base negativa

Observa las siguientes expresiones:

- $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -2 \cdot 2 \cdot 2 = -8$
- $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

En ambos casos, la base es negativa, pero en el primer caso el resultado es negativo y en el segundo caso, positivo. ¿De qué depende?

En efecto, depende de la paridad del exponente:

(Base negativa)$^{\text{impar}}$ = Negativo

(Base negativa)$^{\text{par}}$ = positivo

Nivel básico

1 **Expresa** en forma de producto:

a) 6^3 b) $(-5)^2$ c) $(-7)^3$

2 **Expresa** en forma de potenciación:

a) 8·8·8 b) (−5)(−5)(−5)(−5)

c) 3·3·3·3·3·8·8·8

3 **Expresa** en forma de producto:

a) 5^2 = c) $(-2)^5$ =

b) $(-3)^2$ = d) $(4)^3$ =

4 **Relaciona** con su equivalente:

a) 4^2	1. 3^3
b) 16	2. 16
a) 27	3. 2^4

5 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $2^3 = 3^2$ II. $(-2)^2 = 2 \cdot 2$ III. $(-3)^2 = -3^2$

Nivel intermedio

6 **Expresa** en forma de fracción:

a) 2^{-1} b) 2^{-2} c) 4^{-1}

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIO MATIC

7 **Calcula** la suma del mayor y el menor resultado de:

a. $(-2)^5$ b. $(-2)^4$ c. $(-3)^4$ d. $(-3)^3$

8 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $23^0 = 1$ II. $(-36)^0 = -1$ III. $(5 + 5)^0 = 2$

Justifica tu respuesta.

9 Calcula P + Q si: $Q = 1^5 + 7^2 + (-2)^5$

$P = 5^2 + 3^2 + (-2)^3$

10 **Expresa** en forma de exponente negativo.

a) $\frac{1}{3^2}$ b) $\frac{1}{4^3}$ c) $\frac{1}{2^3}$

Nivel avanzado

11 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $(-3)^0 = -1$ II. $-5^0 = 1$ III. $(7 + 7)^0 = 2$

12 ¿Cuál es volumen de un cubo de 3 m de arista? **Dibuja** y **calcula**.

13 **Explica** en qué caso se cumple la igualdad: $(-7)^n = -7^n$.

14 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $x^{2+3} = x^2 + x^3$ II. $(x + x)^3 = x^3 + x^3$

III. $x^3 + x^{-3} = 1$ IV. $(x - x)^3 = x^3 - x^3$

Tarea

1 **Expresa** en forma de potenciación las siguientes expresiones:

a) 5·5·5 b) 7·7·7·7·7·7·7 c) $(-x)(-x)(-x)(-x)$

2 **Expresa** en forma de fracción:

a) 3^{-1} b) 3^{-2} c) 5^{-2}

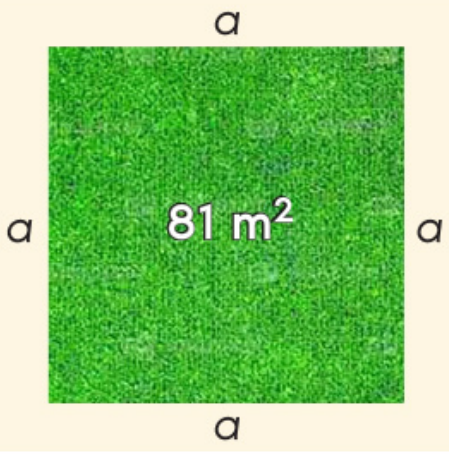
3 **Expresa** en forma de producto y **calcula** el resultado:

a) 5^3 b) $(-2)^4$ c) $(-2)^5$

4 En todas las formas posibles y sin importar el orden **expresa** x^5 como el producto de dos factores de base x.

Potenciación

Operaciones con números enteros



Tobías tiene un terreno cuadrado de 81 metros cuadrados. ¿Cuánto mide el lado del terreno?

El área de un terreno rectangular es largo por ancho. En un cuadrado el ancho y el largo son iguales, entonces, si el lado mide a, el área es $a \times a = a^2$.

VIDEO DE TEORÍA

¿Qué número elevado al cuadrado es igual a 81? Esta pregunta es equivalente a:

¿Cuánto es $\sqrt{81}$? que se lee: "Raíz cuadrada de 81"

La respuesta es 9, porque $9^2 = 81$. En resumen: $\sqrt{81} = 9$ porque $9^2 = 81$

- Raíz cuadrada de 25 es 5: $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$
- Raíz cúbica de 8 es 2: $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$
- Raíz cúbica de 27 es 3: $\sqrt[3]{27} = 3$ porque $3^3 = 27$
- Raíz cuarta de 16 es 2: $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 = 16$

La radicación es la operación inversa a la potenciación.

Dado un número llamado radicando, consiste en encontrar un número llamado raíz cuya potencia sea igual al radicando.

Índice

$\sqrt[n]{x} = a \Leftrightarrow a^n = x$

Radicando — Raíz

Ejemplo 1: **Completa**

- $\sqrt{1} =$ ☐
- $\sqrt{25} =$ ☐
- $\sqrt{81} =$ ☐
- $\sqrt[3]{27} =$ ☐
- $\sqrt[4]{16} =$ ☐
- $\sqrt{4} =$ ☐
- $\sqrt{36} =$ ☐
- $\sqrt{100} =$ ☐
- $\sqrt[3]{64} =$ ☐
- $\sqrt[4]{81} =$ ☐
- $\sqrt{9} =$ ☐
- $\sqrt{49} =$ ☐
- $\sqrt[3]{1} =$ ☐
- $\sqrt[3]{125} =$ ☐
- $\sqrt[5]{32} =$ ☐
- $\sqrt{16} =$ ☐
- $\sqrt{64} =$ ☐
- $\sqrt[3]{8} =$ ☐
- $\sqrt[4]{1} =$ ☐
- $\sqrt[6]{64} =$ ☐

Radicando negativo

- $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$
- $\sqrt{-4}$ = No hay ningún número cuyo cuadrado sea -4

Solo se pueden calcular raíces de índice par de radicandos positivos. Solo existe raíz cuadrada de números positivos.

Exponente fraccionario

En el capítulo anterior definimos 3 reglas de exponentes: Exponente natural, exponente cero y exponente negativo. Ahora vamos a ver la cuarta y última regla, el exponente fraccionario:

4. Exponente Fraccionario

El exponente fraccionario representa la radicación: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Ejemplo 2: **Completa:**

- $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8^1}$
- $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$
- $9^{\frac{2}{4}} =$ ☐
- $64^{\frac{3}{9}} =$ ☐
- $16^{\frac{2}{8}} =$ ☐

Ejemplo 3: **Expresa** con exponente fraccionario:

- $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$
- $\sqrt[4]{7^3} =$ ☐
- $\sqrt{5^4} =$ ☐
- $\sqrt[3]{25^6} =$ ☐
- $\sqrt[6]{64^3} =$ ☐

Simplificación de índices

Observa la siguiente operación:

- $\sqrt[6]{5^4} = 5^{\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}}} = 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$ ➡ $\sqrt[\cancel{6}^{3}]{5^{\cancel{4}_{2}}} = \sqrt[3]{5^2}$

Se puede simplificar el índice con el exponente del radicando.

Ejemplo 4: **Simplifica** el índice con el exponente del radicando

- $\sqrt[\cancel{8}^{2}]{7^{\cancel{4}_{1}}} = \sqrt{7}$
- $\sqrt[8]{9^6} =$ ☐
- $\sqrt[9]{8^3} =$ ☐
- $\sqrt[6]{10^9} =$ ☐
- $\sqrt[4]{6^8} =$ ☐

Nivel básico

1 Calcula $\sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{25} - \sqrt{64}$.

2 Calcula $\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{64}$.

3 Calcula $\sqrt[4]{1} + \sqrt[4]{16} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32}$.

4 **Expresa** en forma de raíz.

a) $5^{\frac{3}{4}} =$ b) $7^{\frac{2}{3}} =$ c) $3^{\frac{5}{4}} =$

d) $9^{\frac{2}{5}} =$ e) $8^{\frac{6}{4}} =$ f) $12^{\frac{3}{4}} =$

5 Calcula $2\sqrt{4} - 3(\sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{25}) + \sqrt{64}$.

Nivel intermedio

6 **Expresa** en forma de raíz.

a) $6^{\frac{3}{4}} =$ b) $9^{\frac{4}{9}} =$

c) $5^{\frac{5}{4}} =$ d) $3^{\frac{2}{6}} =$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

7 **Expresa** con exponente fraccionario.

- $\sqrt{7^3} =$ ☐
- $\sqrt[3]{17^6} =$ ☐
- $\sqrt{4^5} =$ ☐
- $\sqrt[4]{11^6} =$ ☐

8 **Calcula** $\sqrt[3]{5^6} + \sqrt[4]{3^8} - \sqrt[6]{25^3} + \sqrt[9]{8^3}$.

9 ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta igual a 3? **Argumenta.**

a) $3^{\frac{3}{6}} =$ ☐ b) $9^{\frac{3}{6}} =$ ☐

c) $3^{\frac{4}{2}} =$ ☐ d) $9^{\frac{6}{3}} =$ ☐

Nivel avanzado

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta igual a 4? **Argumenta.**

a) $\sqrt[4]{4^2} =$ ☐ b) $\sqrt[3]{2^6} =$ ☐

c) $\sqrt[6]{8^3} =$ ☐ d) $\sqrt[6]{64^3} =$ ☐

11 **Determina** la veracidad (V) o falsedad de las igualdades.

a) $\sqrt[4]{-16} = -2$ ( ) b) $\sqrt[3]{-27} = -3$ ( )

c) $\sqrt{-36} = -6$ ( ) d) $\sqrt[5]{-32} = -2$ ( )

12 **Determina** la veracidad (V) o falsedad de las igualdades.

a) $\sqrt[4]{4^2} = \sqrt[6]{4^3}$ ( ) b) $\sqrt[3]{27^2} = \sqrt[3]{3^6}$ ( )

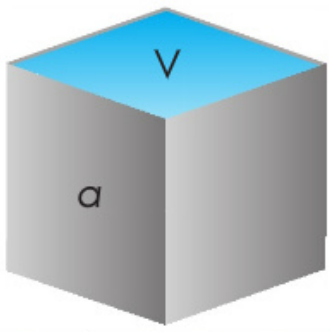
c) $\sqrt{2^4} = \sqrt[4]{4^2}$ ( ) d) $\sqrt[6]{8^2} = \sqrt[4]{4^2}$ ( )

13 **Escribe** en el círculo el signo <, > o =, según corresponda.

a) $\sqrt[4]{4^2}$ ◯ $\sqrt{4^2}$ b) $\sqrt[3]{3^6}$ ◯ $\sqrt[6]{9^3}$

c) $\sqrt[9]{8^3}$ ◯ $\sqrt[4]{4^2}$ d) $\sqrt[6]{64^3}$ ◯ $\sqrt[4]{4^8}$

14 Este es un reservorio cúbico cuyo volumen es V y cuya una de sus caras tiene ára *a*. **Expresa** *a* en términos de V.



Tarea

1 Calcula $\sqrt{4} + 2\sqrt{9} - 3\sqrt{16} + \sqrt{25} - \sqrt{64}$

2 Calcula $\sqrt[3]{1} + 3\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27} + 2\sqrt[3]{64}$

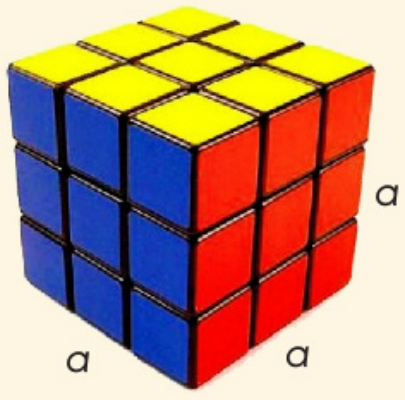
3 Calcula $\sqrt[4]{1} - 2(\sqrt[4]{16} - \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32})$

4 Calcula $\sqrt[6]{9^3} - 2(\sqrt{2^4} - \sqrt[6]{8^2} - \sqrt[3]{7^6})$

GENIO MATIC

Potenciación y radicación

Teoremas sobre leyes de exponentes



Gonzalo se compró un cubo mágico y en lugar de armar el cubo, como lo hacen habitualmente todos, se puso a indagar sobre las propiedades matemáticas del cubo.

Dijo: *"Voy a suponer que la arista del cubo mide a, entonces el área de una de sus caras es a^2 y el volumen del cubo es a^3".*

Luego de estas suposiciones, multiplicó el área de la cara por el volumen del cubo. ¿Cuál es la expresión que obtuvo?

VIDEO DE TEORÍA

Cualquier operación de potenciación se resuelve con las cuatro reglas que hemos definido en los dos capítulos anteriores: Exponente natural, exponente cero, exponente negativo y exponente fraccionario.

De las cuatro operaciones definidas se derivan otras reglas que se llaman teoremas. A continuación veamos los teoremas más importantes.

Producto de bases iguales

Demuestra que $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2}$

Demostración:

$$\overbrace{4^3 \times 4^2}^{\text{5 factores}} = \overbrace{4\times4\times4\times4\times4}^{} = 4^5 = 4^{3+2}$$

Potencia de un producto

Demuestra que $(3\times4)^2 = 3^2\times4^2$

Demostración:

$$(3\times4)^2 = 3\times4\times3\times4 = 3\times3\times4\times4$$

$$(3\times4)^2 = 3^2\times4^2$$

Aplicando el primer teorema podemos resolver el problema introductorio: $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

Multiplicando el área por el volumen del cubo, Gonzalo obtuvo a^5.

Ejemplo 1

Completa los recuadros:

a) $7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$

b) $7^3 \times 7 =$ ☐

c) $5^6 \times 5^{-2} =$ ☐

d) $3^2 \times 3^2 =$ ☐

e) $x^3 \times x^2 =$ ☐

f) $y^4 \times y^3 =$ ☐

Ejemplo 2

Completa los recuadros:

a) $(3\times4)^3 = 3^3\times4^3$

b) $(a\cdot b)^2 =$ ☐

c) $(m\cdot n)^3 =$ ☐

d) $(7\times5)^4 =$ ☐

e) $(x\cdot y)^5 =$ ☐

f) $(a\cdot b\cdot c)^5 =$ ☐

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Potencia de una potencia

Demuestra que $(5^2)^3 = 5^{2\times3}$

Demostración: $(5^2)^3 = \overbrace{5^2\cdot5^2\cdot5^2}^{3 \text{ factores}}$

$= 5^{2+2+2}$

$= 5^{3\times2} = 5^{2\times3}$

División de bases iguales

Demuestra que $\frac{7^5}{7^2} = 7^{5-2}$

Demostración: $\frac{7^5}{7^2} = 7^5 \times \frac{1}{7^2}$

$= 7^5 \times 7^{-2} = 7^{5-2}$

Ejemplo 3

Completa los recuadros:

a) $(7^3)^2 = 7^{3\times2} = 7^6$

b) $(a^3)^4 =$ ☐

c) $(5^3)^{-2} =$ ☐

d) $(3^1)^2 =$ ☐

e) $(3^4)^2(3^2)^{-3} =$ ☐

Ejemplo 4

Efectúa las operaciones:

a) $\frac{2^4}{2} = 2^{4-1} = 2^3 = 8$

b) $\frac{3^4}{3} =$ ☐

c) $\frac{7^4}{7^2} =$ ☐

d) $\frac{5^6}{5^4} =$ ☐

e) $\frac{a^7}{a^3} =$ ☐

f) $\frac{x^4}{x^{-2}} =$ ☐

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Demuestra** que: $2^5\cdot2^3 = 2^8$

2 **Demuestra** que: $(2\times3)^2 = 36$

3 **Demuestra** que: $(2^5)^3 = 2^{15}$

4 **Demuestra** que: $\frac{3^7}{3^5} = 9$

5 **Demuestra** que: $\frac{x^6}{x^4} = x^2$

Nivel intermedio

6 Reduce las expresiones:

A = $a^3\cdot a^2$ =

B = $x^4\cdot x^2$ =

C = $x^3\cdot x^5$ =

GENIO MATIC

7 **Reduce** las expresiones:

P = $a^3 \cdot a^2 \cdot a$ =

Q = $x^3 \cdot x^3 \cdot x^4$ =

R = $x^3 \cdot x^2 \cdot x^3$ =

8 **Efectúa:**

S = $(xy)^3$ =

T = $(ab)^3 \cdot (ab)^2$ =

9 **Realiza** los siguientes cálculos:

P = $(3^2)^2$ =

Q = $(x^2)^3$ =

10 **Realiza** el siguiente cálculo:

R = $(x^3)^2(x^3)^{-2}$

Nivel avanzado

11 **Reduce** las expresiones:

P = $(3^3)^2(3^2)^{-2}$ =

R = $(y^2)^2(y^3)^3$ =

12 **Explica** la diferencia entre $(4^2)^3$ y 4^{2^3}

13 **Relaciona** con su equivalente:

a) $x^2 \cdot x^3$	1. x^6
b) $(x^2)^3$	2. $9x^2$
a) $(3x)^2$	3. x^5

14 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F). **Justifica.**

I. $3 \cdot 3^5 = 3^6$ II. $4^5 = 4^2 \cdot 4^3$

III. $5^3 \cdot 5^2 = 5^6$ IV. $(7 \cdot 5)^3 = 7^3 \cdot 5^3$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Tarea

1 **Efectúa:** a) $3^2 3^3$ b) $x^4 x^3$ c) $x^6 x^{-3}$

2 **Efectúa:** a) $(2 \times 3)^2$ b) $(xy)^3$ c) $(a^2 b)^3$

3 **Efectúa:** a) $(2^2)^2$ b) $(2^2 3^3)^2$ c) $(a^4 b^3)^2$

4 **Simplifica:** a) $\frac{5^4}{5^2}$ b) $\frac{7^2 \cdot 2^5}{28}$ c) $\frac{2^5 \cdot 5^4}{(2 \cdot 5)^3}$

Reforzando - Unidad 4

1 Efectúa $2^3 + (-1)^3 + 3^2$

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19

2 Determina la falsedad (F) o veracidad (V) de las igualdades:

a) $(-2)^4 = 2^4$ b) $(-2)^3 = 2^3$ c) $(-2)^5 = -2^5$

A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV

3 Determina la falsedad (F) o la veracidad (V) de las igualdades:

a) $(-1)^2 = 1$ b) $(-2)^0 = 1$ c) $(-2)^0 = -1$

A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV

4 Determina la falsedad (F) o la veracidad (V) de las igualdades:

a) $(-2)^2 = -4$ b) $(-2)^2 = 4$ c) $(-2)^3 = 8$

A) FFF B) VFF C) FFV D) FVF

5 ¿Cuál es el resultado de:

$$(-2 - 5)^1 + (29\times14 - 10)^0 + 1^{14}?$$

A) −5 B) −7 C) −6 D) 7

6 ¿Cuál es el resultado de:

$$(-8 + 5 + 6)^1 + (25\times4 + 9)^0 - 5^1?$$

A) −2 B) −1 C) −3 D) 1

7 La expresión $x^2\cdot x^4$ es equivalente a:

A) x^6 B) x^5 C) x^8 D) x^2

8 La expresión $(x^2)^4$ es equivalente a:

A) x^6 B) x^5 C) x^8 D) x^2

9 La expresión $(x^2y)^4$ es equivalente a:

A) x^6y^4 B) x^8y^4 C) x^6y^2 D) x^8y^5

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a 2?

A) 2^62^{-4} B) $\frac{2^2\cdot3^3}{2\cdot3^3}$ C) $\frac{2^5}{2^3}$ D) $(2\cdot3)^2$

Olimpiadas nacionales e internacionales

11 Luego de efectuar $S = (-2)^4 + (-6)^2$ resulta:

A) 52 B) −52 C) −10 D) 62

12 Luego de efectuar $S = 2^5\cdot2^{-3}\cdot4^3\cdot4^{-2}$ resulta:

A) 32 B) 4 C) 8 D) 16

13 Relaciona con su equivalente:

a) $x\cdot x^2$ 1. $8x^3$

b) $(2x^2)^2$ 2. $4x^4$

c) $(2x)^3$ 3. x^3

A) a-2, b-3, c-1 B) a-1, b-2, c-3

C) a-3, b-2, c-1 D) a-3, b-1, c-2

14 Calcula el resultado de: $M = \frac{5^{20}}{5^{18}} + 2^4$

A) 21 B) 17 C) 18 D) 41

15 El resultado de $2^{-1} + 2^{-2}$ es:

A) 3 B) −4 C) 0,75 D) 0,5

16 El resultado de $2^{-3}\times2^4$ es:

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16

17 El resultado de efectuar $(-1 + 4 - 5)^3$ es:

A) −110 B) 4 C) 8 D) −8

18 El resultado de efectuar $x^3\cdot x^{-2}\cdot x^{-1}\cdot x^3$ es:

A) x B) x^2 C) x^3 D) $-x^2$

19 Determina si es verdadero (V) o falso (F) las siguientes igualdades.

I. $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ II. $(-2)^5 = 2^5$

III. $-3^2 = 3^2$ IV. $(2\cdot5)^3 = 2^3\cdot5^3$

A) VFVV B) FFFV C) FFFF D) FFVV

20 Determina si es verdadero (V) o falso (F) las siguientes igualdades.

I. $3^{2^2} = (3^2)^2$ II. $3^{2^3} = (3^2)^3$

III. $7^{2^3} = 7^8$ IV. $5^{3^2} = 5^6$

A) VFVV B) VFVF C) VFFF D) VFFV

21 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$A = (-3)^2 + (-4)^2$

$B = (-2)^4 + (-5)^2$

$C = 4^2 + (-7)^2$

$D = 8^0 + (-2)^3$

22 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$E = (-7)^1 + (-3)^3$

$F = (-9)^1 + (-2)^4$

$G = -4^2 + (-1)^3$

23 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$P = (-5)^2 - (-4)^3$

$Q = (-4)^2 - (-6)^1$

$S = (-3)^3 - (-5)^2$

24 El resultado de efectuar:

$(-9 + 5 + 6)^1 + (25 \times 4 - 9)^0 - 4^1$ es:

25 El resultado de efectuar:

$(-8 - 6 + 5)^1 + (32 \times 3 + 8)^0 - 1^{20}$ es:

26 Determina el resultado de:

$A = 7^3 \cdot 7^{-4} \cdot 7^2$

$B = 5^7 \cdot 5^{-4} \cdot 5^{-8} \cdot 5^5 \cdot 5^2$

$C = 3^8 \cdot 3^{-6} \cdot 3^{-3} \cdot 3^7 \cdot 3^{-3}$

27 Reduce las siguientes expresiones:

$A = x^3 \cdot x^{-4} \cdot x^1 \cdot x^4 \cdot x^2$

$B = a^7 \cdot a^{-4} \cdot a^{-3} \cdot a^5 \cdot a^2$

$C = x^8 \cdot y^{-6} \cdot x^{-3} \cdot x^7 \cdot y^{-3}$

28 Calcula el resultado de:

$A = \sqrt{1} + 2\sqrt{25} - 3\sqrt{16} + \sqrt{25} - \sqrt{64}$

$B = \sqrt[4]{1} - 2(\sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{-27} - \sqrt[5]{-32})$

29 ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta igual a 4? Argumenta.

a) $\sqrt[4]{4^5}$ b) $\sqrt[3]{8^6}$ c) $\sqrt[5]{2^{10}}$ d) $\sqrt[6]{64^3}$

30 Efectúa:

a) $(2^3)^2$ b) $(2^2 3^3)^5$ b) $(a^2 b^3)^5$

31 Efectúa:

a) $(ab)^2$ b) $(a^2 b)^5$ b) $(x^2 y^{-2})^3$

32 Determina la veracidad (V) o la falsedad de las igualdades.

a) $\sqrt[5]{-32} = -2$ b) $\sqrt[4]{-16} = 2$

c) $\sqrt{-49} = -7$ d) $\sqrt[4]{-4^2} = 2$

33 Determina la veracidad (V) o la falsedad de las igualdades.

a) $\sqrt[4]{5^2} = \sqrt[6]{5^3}$ b) $\sqrt[3]{9^2} = \sqrt[3]{3^6}$

c) $\sqrt{3^4} = \sqrt[4]{9^2}$ d) $\sqrt[6]{8^2} = \sqrt[4]{4^2}$

34 Escribe en el círculo el signo <, > o =, según corresponda.

a) $\sqrt[4]{9^2}$ ◯ $\sqrt{3^2}$ b) $\sqrt[3]{2^6}$ ◯ $\sqrt[6]{4^3}$

c) $\sqrt[9]{27^3}$ ◯ $\sqrt[4]{9^2}$ d) $\sqrt[6]{27^3}$ ◯ $\sqrt[4]{3^8}$

35 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$A = \dfrac{m^{12}}{m^{12}}$ $B = \dfrac{a^{15}}{a^{11}}$ $C = \dfrac{x^{15}}{x^{10}}$ $D = \dfrac{y^6}{y^{-2}}$

36 Efectúa: $P = \dfrac{2^4}{2^2} - 3^2$ $Q = \dfrac{2^5}{2^2} + \dfrac{3^4}{3^2}$

37 Simplifica la expresión: $A = \dfrac{9^{10} \cdot 9^{11}}{9^{19} \cdot 9}$

38 Simplifica las expresiones:

a) $\dfrac{7^{12} \cdot 7^8}{7^{14} \cdot 7^4}$ b) $\dfrac{8^4 \cdot 7^3}{8^3 \cdot 7^2}$

39 Determina el volumen de un cubo cuya arista mide 3 cm.

40 Determina la arista de un cubo cuyo volumen es 64 cm^3.

Autoevaluación

1 Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

$E = (-9)^1 + (-3)^3$

$F = (-8)^1 + (-2)^4 + (-2 + 5)^0$

$G = -4^0 + (-2)^3 + (-2)^4$

2 El resultado de efectuar

$(-7 - 6 + 11)^2 + (45 \times 3 + 8)^0 - 120$ es:

3 Calcula el resultado de:

$A = \sqrt{4} - 2\sqrt{16} + 3\sqrt{9} + \sqrt{25} - 2\sqrt{64}$

$B = \sqrt[4]{16} - 2(\sqrt[4]{1} + \sqrt[3]{-27} - \sqrt[5]{-32})$

4 Efectúa:

a) $(2^3)^2$ b) $(2^2 3^3)^5$ b) $(a^2 b^3)^5$

5 Escribe en el círculo el signo <, > o =, según corresponda.

a) $\sqrt[4]{4^2} \bigcirc \sqrt{5^2}$ b) $\sqrt[3]{3^6} \bigcirc \sqrt[6]{9^3}$

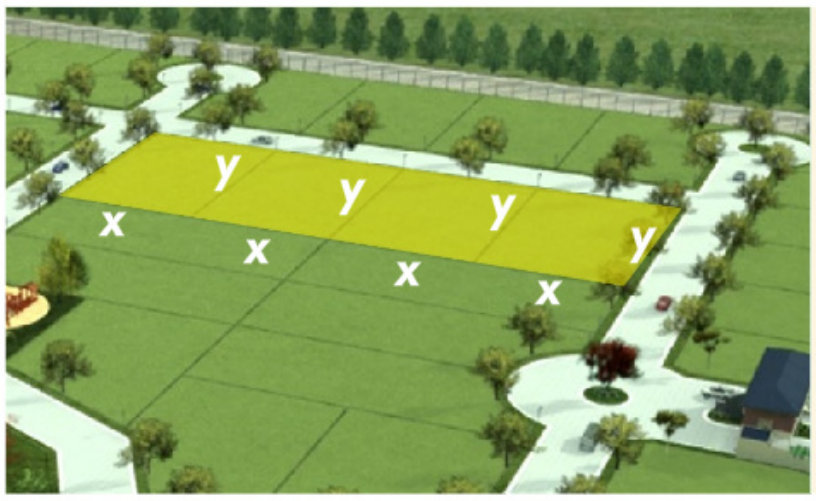
c) $\sqrt[9]{8^3} \bigcirc \sqrt[4]{16^2}$ d) $\sqrt[6]{27^3} \bigcirc \sqrt[4]{81^2}$

6 Simplifica las expresiones:

a) $\dfrac{5^{12} \cdot 7^6}{5^{11} \cdot 7^5}$ b) $\dfrac{(5^2 \cdot 3)^6}{5^{12} \cdot 3^5}$

Expresión algebraica

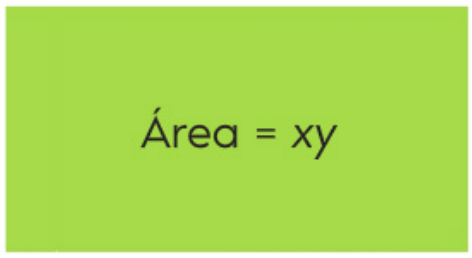
Término algebraico



Efraín ha comprado 4 lotes de terreno de x metros de ancho e y metros de largo.

¿Cuál es el área total del terreno comprado por Efraín?

VIDEO DE TEORÍA

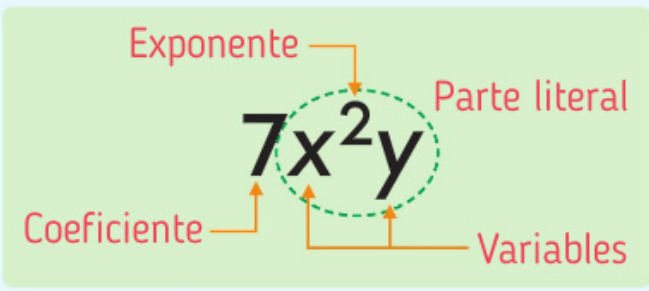


El área de un terreno rectangular es igual al producto de su largo por el ancho. En la figura, el área de cada lote es xy.

El área de los 4 lotes es: $xy + xy + xy + xy$, o sea, 4 veces xy, lo cual se expresa así:

Área total: $4xy$ ← Término algebraico

El **término algebraico** es la representación de un número mediante letras y números relacionados entre sí por las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación en un número limitado de veces.



Ejemplo 1:

Dado el término algebraico: $-7x^6y^2$

Completa

Coeficiente: _____

Exponentes: _____

Variables: _____

Parte literal: _____

Ejemplo 2:

Dado el término algebraico: $25a^5b$

Completa

Coeficiente: _____

Exponentes: _____

Variables: _____

Parte literal: _____

Diferencia entre las operaciones aritméticas y algebraicas

En Aritmética, realizamos las operaciones matemáticas con números:

- $2 + 7\times2 - \sqrt{9} + 2^2$
- $7\times4 - 15\div5 + 4^3$

En Álgebra realizamos operaciones con los términos algebraicos. Un término algebraico en Álgebra es el equivalente a un número en Aritmética. Por contener letras, tiene sus propias reglas operativas, las mismas que estudiaremos de aquí en adelante.

- $x + 2x$
- $x^2 + xy + y^2$

Términos semejantes

Dos términos son semejantes si tienen las mismas variables elevadas a los mismos exponentes.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

- $4x;\ -7x;\ 2x;\ -x;\ 3x$
- $14x^2;\ -5x^2;\ x^2$
- $5x^6y^8$, $-7x^6y^8$, $-9y^8x^6$ } Son términos semejantes
- $3ab$, $-11ba$, $-ba$ } Son términos semejantes
- $6x^5y^8$, $8x^8y^5$ } No son términos semejantes

Ejemplo 3

Elabora términos semejantes al término dado:

$3x^2y^3$

Ejemplo 4

Elabora términos semejantes al término dado:

$-14x^5y^2$

Ejemplo 5

Señala el término semejante a $2x^3y^2$.

a) $2x^2y^3$ b) $-7x^3y^2$ c) $4y^3x^2$

Ejemplo 6

Señala el término que no es semejante a $-2x^3y^4$.

a) $12y^4x^3$ b) $-7x^4y^3$ c) $7y^3x^4$

Nivel básico

1 **Escribe** 4 términos semejantes a 7x.

2 **Escribe** 4 términos semejantes a $-14x^2y^3$.

3 **Completa** los coeficientes para que sean términos semejantes.

_____ x^9y^3

_____ y^3x^9

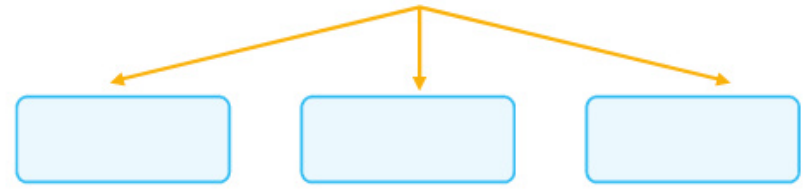
_____ y^3x^9

4 **Completa** la parte literal para que sean términos semejantes a $13x^8y^5$.

- 30 _____
- -25 _____
- 39 _____

5 **Elabora** términos semejantes al término dado:

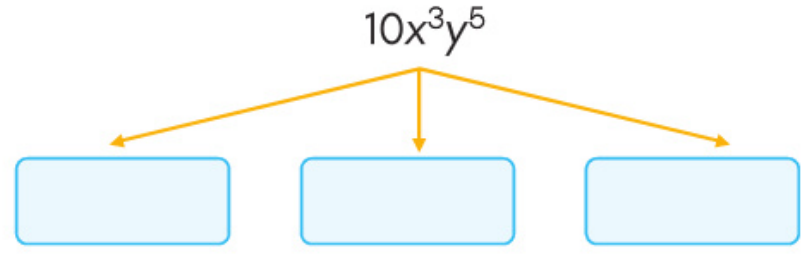
$-7xy^4$



Nivel intermedio

6 **Elabora** términos semejantes al término dado:

$10x^3y^5$



7 ¿Cuál es el valor de $a + b$ si la expresión $12x^a y^b$ es semejante a $-5x^3y^4$?

8 Si los términos $12x^m y^3$ y $-5x^7y^n$ son semejantes, **determina** $m + n$.

9 **Construye** 3 términos semejantes a $12x^4y^7$.

10 **Calcula** $a + b$ si los términos son semejantes.

$T_1 = 15x^{12}y^2$ y $T_2 = \frac{1}{3}x^a y^b$

Nivel avanzado

11 **Calcula** $m + n$ si los términos son semejantes.

$T_1 = 23x^4y$ y $T_2 = 14x^m y^m$

12 **Calcula** la suma de los coeficientes de los términos semejantes: $-2x^a y^3$; ax^2y^n ; $qx^p y^q$

13 Los términos $-ax^{a+b}y^{2b}$ y $bx^{c-2}y^{d+1}$ son semejantes a $-16x^5y^6$. **Calcula** $(a + b + c + d)$.

14 Los términos $-mx^m y^n$; $qx^{p+2}y^q$ y $rx^{2+r}y^{s-1}$ son semejantes a $-15x^5y^7$. **Calcula** la suma de coeficientes.

Tarea

1 **Elabora** 3 términos semejantes a $-12xy^2$.

2 **Calcula** la suma de coeficientes de los términos semejantes: $-ax^a y^5$; nx^4y^n ; $qx^p y^q$

3 **Elabora** 3 términos semejantes a $-15x^3y^2$.

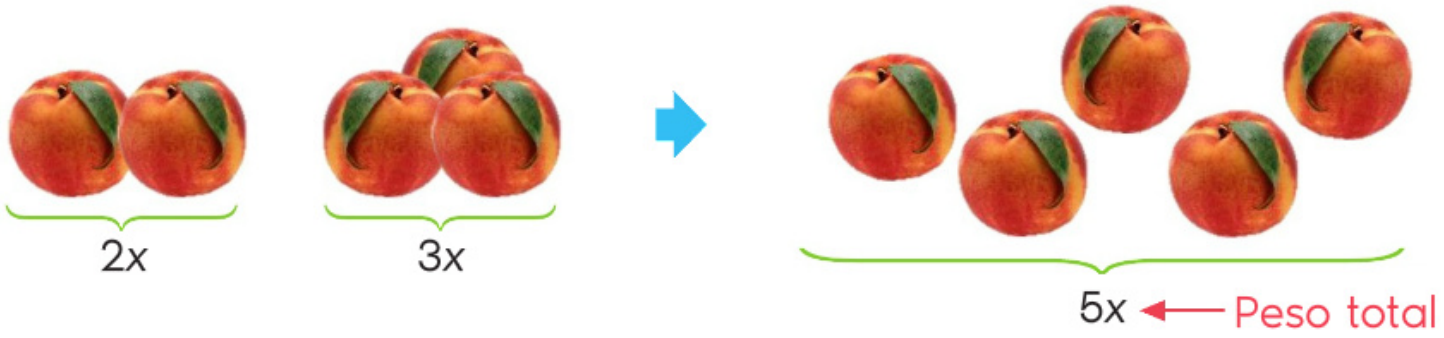
4 Los términos $-ax^{a+1}y^b$; $qx^{p+3}y^{q-1}$ y $rx^{3+r}y^{s+1}$ son semejantes a $-15x^7y^8$.

Calcula $(a + b + p + q + r + s)$

Reducción de términos semejantes

Término algebraico

Consideremos que cada durazno pesa x gramos:



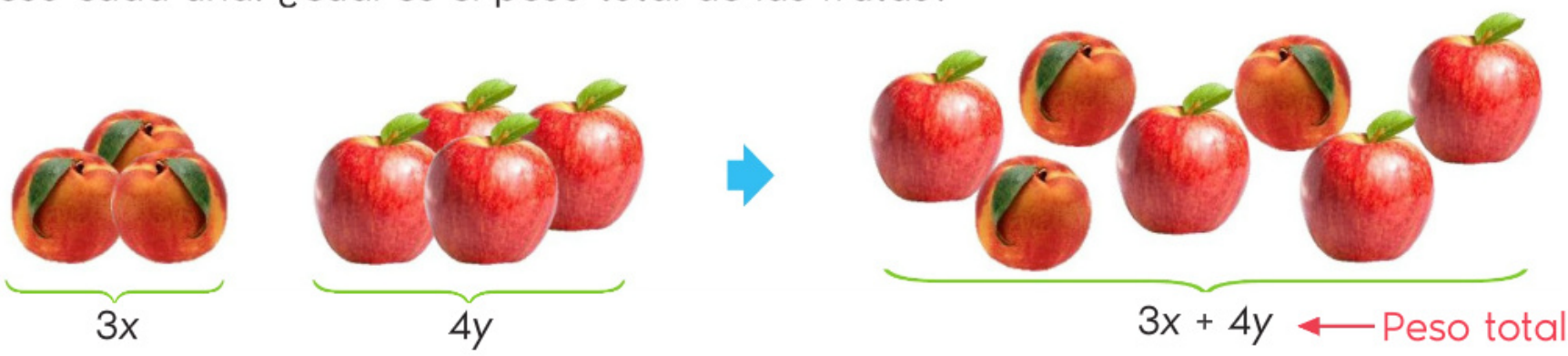
VIDEO DE TEORÍA

Sumar el peso de 2 duraznos y el peso de 3 duraznos equivale a juntar los 5 duraznos y obtener el peso de los 5 juntos.

$$2x + 3x = 5x$$

Solo es posible sumar términos semejantes

Ahora consideremos 3 duraznos de x gramos de peso cada uno y 4 manzanas de y gramos de peso cada una. ¿Cuál es el peso total de las frutas?



Por más que podamos mezclar las frutas, la suma de los pesos no podemos reducir a un solo término. Es que x e y no necesariamente representan el mismo número.

No es posible reducir términos que no son semejantes, en consecuencia el peso total queda expresado como $3x + 4y$.

Ejemplo 1

Reduce la expresión $E = 2x + 3x + 7x - 5x$

Resolviendo:

$E = \underbrace{2x + 3x}_{5x} + 7x - \cancel{5x} = 7x$

Ejemplo 2

Reduce $3x - 8x + 4x - 2x$

Resolviendo:

$3x + 4x - 8x - 2x = -3x$

$7x \qquad -10x$

Ejemplo 3

Reduce la expresión $F = 6x - 6y - 9x + 8y$

Resolviendo:

$F = \underbrace{6x - 9x}_{-3x} \underbrace{- 6y + 8y}_{2y} = -3x + 2y$

Ejemplo 4

Reduce $\frac{x}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{5x}{4}$

Resolviendo:

$$\frac{x}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{5x}{4} = \frac{x - 3x + 5x}{4} = \frac{-2x + 5x}{4} = \frac{3x}{4}$$

Signos de agrupación

La reducción de términos semejantes es semejante a la adición de números enteros:

- $5 + 6 - 7 = 4$ (11)
- $5x + 6x - 7x = 4x$ ($11x$)

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIOMATIC

La diferencia radica en que la reducción algebraica contiene variables y para operar los términos deben ser semejantes.

Cuando las operaciones de reducción contienen signos de agrupación, tenemos dos opciones:

Reducir los términos entre signos de agrupación:

- $E = 4x - (6x - 8x) - 3x$

  $E = 4x - (-2x) - 3x$

  $E = 4x + 2x - 3x$

  $E = 6x - 3x = 3x$

Suprimir los signos de agrupación luego **reducir:**

- $E = 4x - (6x - 8x) - 3x$

  $E = 4x - 6x + 8x - 3x$

  $E = -2x + 5x$

  $E = 3x$

Nivel básico

1 **Reduce:** $A = 12x + 7x + 13x$

2 **Reduce:** $B = -8x - 12x + 18x$

3 **Reduce:** $G = 13xy - 3xy + 4xy$

4 **Reduce:** $E = -9a + 10b - (3b - 13a)$

5 **Reduce:** $G = -12xy + xy - (-3xy + 8xy - 5xy)$

Nivel intermedio

6 **Reduce:** $A = 23x - (14x - 3y + 20y)$

7 **Reduce:** $P = 20m + (15n - 14m) - 7n$

8 **Reduce:** $R = \frac{24x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{7x}{5} + \frac{18y}{5}$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

9 **Reduce:** $A = \frac{3x}{5} - \frac{2x}{7}$

10 Ofélia compró $3x$ kilos de papa, $2x$ kilos de camote y $5x$ kilos de yuca. ¿Cuántos kilos de víveres compró en total?

Nivel avanzado

11 Tomás recorrió $25x$ kilómetros en tres horas. En la primera hora reocorrió $7x$ kilómetros, en la segunda hora, $6x$ kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrió en la tercera hora?

12 Ana pesa $23x$ kilos, Flora pesa $25x$ kilos y Mariela pesa $20x$ kilos. ¿Cuánto pesan entre las tres?

13 Durante un viaje de negocios, Javier gastó $20a$ soles en pasajes, $15b$ soles en alimentación y $13a$ soles en hospedaje. ¿Cuánto gastó en total?

14 Aldo tenía $23x$ soles, luego de comprar una chalina le quedan $14x$ soles. ¿Cuánto le costó la chalina?

Tarea

1 **Reduce:** $E = 15m + 15m - 11m - 9m$.

2 Si luego de gastar $23x$ me quedan $12x$, ¿cuánto tenía?

3 **Reduce:** $F = 12x - 15y - 8x + 12y$.

4 En una conferencia participan $12x$ médicos, $3y$ enfermeiras, $2x$ obstetrices y $2y$ administrativos. ¿Cuántos participantes son?

GENIOMATIC

Expresión algebraica (E.A.)

Leyes de exponentes

En el teatro Nacional de Lima se ofrece un espectáculo en dos funciones: tarde a S/. 20 la entrada y noche a S/. 30.

El día sábado asistieron 230 en la tarde y 310 en la noche. El ingreso fue: $20\times230 + 30\times310$

El domingo asistieron 250 en la tarde y 320 en la noche. El ingreso fue: $20\times250 + 30\times320$

VIDEO DE TEORÍA

Si representamos con x el número de asistentes en la tarde y con y, los asistentes de la noche, el ingreso del día queda expresado por: $20x + 30y$

Esta expresión se conoce como **expresión algebraica**. Se caracteriza porque contiene letras y números relacionados por operaciones de adición y multiplicación.

Variables y constantes

En el cálculo de ingresos, el número de asistentes varía diariamente. Son la cantidades variables, y se representan con letras llamadas **variables**. En cambio, el precio de las entradas es el mismo todos los días, se mantiene **constante**.

Así, algebraicamente, el ingreso diario se puede representar por: $ax + by$ { x, y: Variables; a, b: Constantes

Polinomio

Es una expresión algebraica que tiene uno o más términos. Un polinomio no contiene variables con exponente negativo ni fraccionario, tampoco variables en el denominador.

Polinomio de un término: x , $120x$, $2xy$, $3x^3y^2$ — Monomios

Polinomio de dos términos: $x + y$, $115x + y$, $7x + y$, $-3x^3 + 2y^2$ — Binomios

Polinomio de tres términos: $x + y + z$, $3x^2 + 2x + 13$, $4x^3 - 3xy + 2y^2$ — Trinomios

No son polinomios: $3x^2y^{-3}$, $\frac{2x}{y}$

Término independiente de un polinomio

Dado un polinomio, el término independiente es el que no contiene variables.

- $2x^2 + 3x + (12)$ Término independiente
- $2x^2 - 4xy + y^2 (-10)$ Término independiente
- $5xy^2 + 2x + (7)$ Término independiente

Ejemplo 1

Determina el número de términos de cada polinomio: a) $3x^3 + 2x^2 - 6x + 7$ b) $2x^3y^2z - 10$

Resolviendo:

Los términos son los que están separados por las operaciones de adición y sustracción.

a) $(3x^3) + (2x^2) (- 6x) + (7)$ Tiene 4 términos

b) $(2x^3y^2z) (- 10)$ Tiene 2 términos

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

En la expresión $3x^2 + 4x - 5$; **determina** la suma de coeficientes y el término independiente.

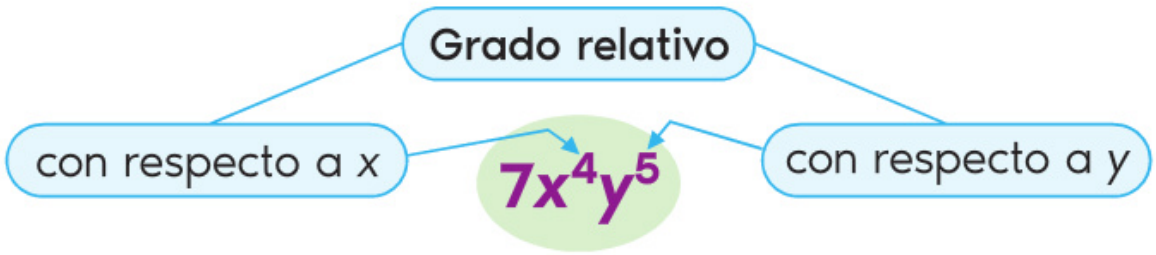
Resolviendo:

$3x^2 + 4x - 5$ → Término independiente: -5

Suma de coeficientes: $3 + 4 - 5 = 2$

Grado de un monomio

Dado el monomio $7x^4y^5$:



Grado absoluto del monomio: $4 + 5 = 9$

Nivel básico

1 **Completa:**

a) $x + y + z$ tiene _____ términos.

b) $3xyz$ tiene _____ términos.

c) $x^2 + yz$ tiene _____ términos.

2 **Haz** corresponder el polinomio con su término independiente.

a) $x + 2y + 2$	-6
b) $x^2 + 2y - 6$	3
c) $x^3 + 2y^2 - 3x + 3$	2

3 **Determina** la suma de coeficientes de:

$3a^2b^4 - ab - a^6b^7$.

4 **Haz** corresponder el monomio con su grado.

a) $15x^2y$	5
b) $-7x^2y^6$	3
c) $3x^3y^2$	8

5 **Calcula** la suma de exponentes de la E. A.:

$3x^3y^4 - 5x^6y^5 + 8$.

Nivel intermedio

6 **Calcula** la suma de coeficientes de la E. A.:

$5a^3b^4 - 2a^6b + 2a^3b^4 - 3$.

7 De las siguientes expresiones, ¿cuáles son polinomios?

a) $2x + 3$ _____

b) $x^3 + x^2 + x + 1$ _____

c) $x^{-2} - x^{-1} + 3$ _____

8 **Determina** el número de términos de cada polinomio.

a) $x + 3$ _____

b) $x^3 + x^2 - x + 1$ _____

c) $4x^2 - 2x + 3$ _____

GENIO MATIC

9 Flavio vendió 5 libros a x soles cada uno. **Expresa** el importe de la venta de los 5 libros.

10 Miguel y sus amigos reunieron una suma de dinero para comprar una pelota y jugar con ella durante los recreos. Miguel puso $3x$ soles, Mario puso $2y$ soles, Guillermo $3z$ y Jazmín $(x^2 + y^2)$ soles. ¿Cuánto reunieron entre todos ellos?

Nivel avanzado

11 La figura muestra tres cuadrados de lados x, y y z. **Expresa** la suma de las áreas de los tres cuadrados.

12 Fernanda compró x objetos de 4 soles, y objetos de 6 soles y z objetos de 7 soles. ¿Cuánto gastó Fernanda?

13 El automóvil de Aurora recorre $3x$ kilómetros en una hora. ¿Qué distancia recorre desde las 8 de la mañana hasta el mediodía?

14 Si tengo 15 manzanas que pesan x gramos cada una y 12 peras que pesan y gramos cada una, ¿cuántos gramos tengo entre las dos frutas?

Tarea

1 **Calcula** la suma de coeficientes de la E. A.
$2x^5y^4 + xy - 10x^2y^7$

2 Elvira compró x kilos de arroz a 3 soles el kilo e y kilos de azúcar a 4 soles el kilo. ¿Cuánto gastó?

3 **Calcula** la suma de exponentes de:
$4x^2y^3 - 5x^7y + 2$

4 Si un auto recorre k kilómetros en una hora, ¿cuánto recorre en x horas?

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 El coeficiente de $12x^3y^6$ es:

A) 12 B) 3 C) 6 D) 9

2 Respecto al monomio $-15x^2y$:

I. El coeficiente es −15.

II. El grado relativo respecto a x es 2.

III. El grado relativo respecto a y es 1.

Es verdadero:

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

3 Respecto al monomio $-7x^6y^2$:

I. El coeficiente es −7.

II. El grado del monomio es 8.

III. El grado relativo respecto a x es 6.

Es verdadero:

A) I y II B) II y III C) I y III D) I, II y III

4 El grado de $12x^3y^6$ es:

A) 12 B) 6 C) 9 D) 3

5 ¿Qué valor debe tomar a para que $-2x^ay^5$ sea semejante a $23x^7y^5$?

A) 6 B) 7 C) 5 D) −2

6 La expresión $2x + 3x + x$ se reduce a:

A) $4x$ B) $5x$ C) $6x$ D) $7x$

7 La expresión $3x - 5x + 8x - 7x$ se reduce a:

A) x B) $-x$ C) $2x$ D) $-2x$

8 Luego de reducir $4x + 5y - 3x - 2y$, resulta:

A) $x + y$ B) $2x - y$ C) $x + 3y$ D) $x + 2y$

9 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $2x$?

A) $5x - 3x - 4x$

B) $x - 2x + 3x$

C) $3x - 2x + 3x$

D) $4x - 2x - 3x$

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $5x$?

A) $2x - 3x + 10x - 4x$

B) $x - 2x + 3x + 4x$

C) $4x + 3x - 2x + 3x$

D) $4x + 3x - 2x - 2x$

11 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $2x + y$?

A) $2x - 3y + x + 4y$

B) $x - 2y + 3x + 2y$

C) $4x + 3y - 2x + 2y$

D) $4x + 3y - 2x - 2y$

12 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a $-3x + 2y$?

A) $4x - 3y + 2x + 4y$

B) $2x - 5y - 4x + y$

C) $4x + 5y - 7x - 3y$

D) $2x + 4y - 5x - 3y$

13 Señala el término semejante a $2x^3y^2z$.

A) $72y^3x^2z$ B) $5x^2y^3z$

C) $-4x^3y^2z$ D) $6x^2y^3z$

14 Si los término $7x^ay^4$ y $-8x^5y^b$ son semejantes, determina $a + b$.

A) 4 B) 9 C) 5 D) 8

15 Reduce: $A = 15x - (-14x - 3y + 18y)$.

A) $x - 15y$ B) $x + 15y$

C) $29x - 15y$ D) $29x + 15y$

16 ¿Cuál es el valor de $a + b$ si la expresión $17x^{a+1}y^{b-1}$ es semejante a $-8x^5y^7$?

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14

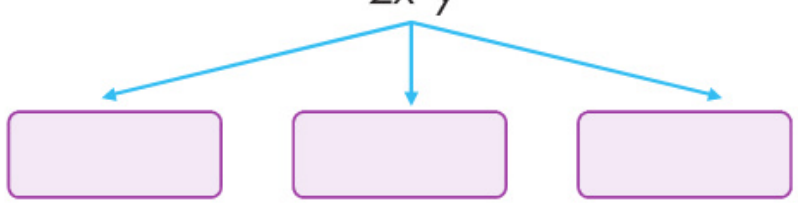
17 Reduce:

$E = -10xy + xy - (-2xy + 4xy - 5xy)$.

A) $-6xy$ B) $5xy$ C) $6xy$ D) $3xy$

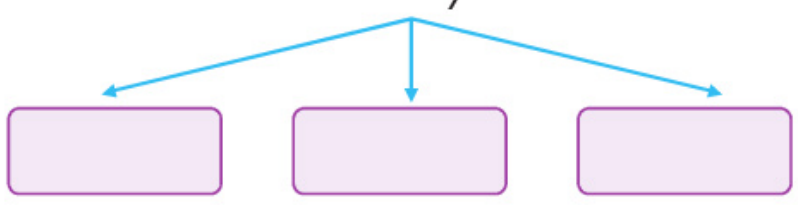
18 Elabora términos semejantes al término dado:

$2x^5y$



19 Elabora términos semejantes al término dado:

$-10x^4y^3$



20 Escribe 4 términos semejantes a $5xy^2$.

21 Escribe 4 términos semejantes a $-14x^2y^3$.

22 Completa los coeficientes para que sean términos semejantes.

- _____ x^7y^4
- _____ y^4x^7
- _____ y^4x^7

23 Completa la parte literal para que sean términos semejantes a $13x^8y^5$.

- _____ 12
- _____ −15
- _____ −18

24 Determina el grado de los monomios:

A = $3x^5y^6$ B = $3x^5y^6$ C = $3x^5y^6$

25 Respecto al monomio $-3x^2y^4$, completa:

a) El coeficiente es _____

b) Las variables son _____

c) La parte literal es _____

d) El grado del monomio es _____

e) El grado relativo respecto a x es _____

26 Reduce las siguientes expresiones:

A = $9x + 7x - 2x + x$ B = $8y - 3y + 5y - 2y$

C = $9x - 6y + 7y - 3x$

27 Reduce las siguientes expresiones:

A = $9x + 7x - 2x + x$

B = $8y - 3y + 5y - 2y$

C = $9x - 6y + 7y - 3x$

28 Determina el número de términos de cada polinomio.

a) $2x - 3$

b) $2x^3 + x^2 - x + 6$

c) $3y^2 - 2y + 3$

29 Determina el número de términos de cada polinomio.

a) $2xy - 2x + 3y$

b) $x + y - z$

c) $2x^2 - 2y + 3x + 4$

30 Calcula la suma de los coeficientes de los términos semejantes:

$$-2x^ay^4;\ ax^3y^n;\ sx^ry^s$$

31 Los términos $-ax^{a-b}y^{2b}$ y $bx^{c-1}y^{d+2}$ son semejantes a $-16x^3y^4$.

Calcula $(a + b + c + d)$.

32 Los términos $-ax^ay^b$; $qx^{p+1}y^q$ y $rx^{1+r}y^{s-2}$ son semejantes a $-15x^4y^5$. Calcula la suma de coeficientes.

33 Sara compró $2x$ kilos de choclo, $5x$ kilos de frutas y $6x$ kilos de verduras. ¿Cuántos kilos compró en total?

34 En una feria, Aldo gastó $20x$ soles, Fidel gastó $21x$ soles y María, $24x$ soles. ¿Cuánto gastaron entre los tres?

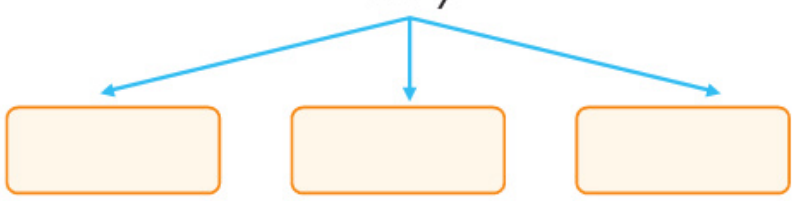
35 Durante un viaje de negocios, Dante gastó $20n$ soles en pasajes, $15n$ soles en alimentación y $13n$ soles en hospedaje. ¿Cuánto gastó en total?

36 Piero tenía $33x$ soles. Si luego de comprar una pelota le quedan $17x$ soles, ¿cuánto le costó la pelota?

Autoevaluación

1 Elabora términos semejantes al término dado:

$-5x^3y^2$



2 Los términos $-ax^{a-b}y^{2b}$ y $bx^{c+3}y^{d+2}$ son semejantes a $-14x^5y^6$.

Calcula $(a + b + c + d)$.

3 Respecto al monomio $-12x^5y^7$, completa:

a) El coeficiente es _____

b) Las variables son _____

c) La parte literal es _____

d) El grado del monomio es _____

e) El grado relativo respecto a x es ____

4 Reduce las siguientes expresiones:

A = $8x + 7x - 2x + 3x$

B = $8y - 8y + 7y - 2y$

C = $910x - 6y + 7y - x$

5 Determina $a + b + c + d + e$ sabiendo que los términos $12x^5y^b$; $-7x^{b+1}y^{c-1}$ y ax^dy^e son semejantes.

6 En una feria, Mario gastó $22x$ soles, Claudia gastó $14x$ soles y María, $18x$ soles. ¿Cuánto gastaron entre los tres?

Expresión algebraica

Valor numérico

Claudio ha hecho un cultivo hidropónico de forraje para sus cuyes.

Según sus observaciones, el crecimiento de las plantas obedece la regla:

$$h = \frac{t - 3}{2} \quad \begin{cases} h \rightarrow \text{altura del forraje en cm} \\ t \rightarrow \text{Tiempo en días} \end{cases}$$

¿Qué altura alcanzan a los 7 días de haber plantado la semilla?

VIDEO DE TEORÍA

Como se dispone de la regla de crecimiento, es suficiente reemplazar $t = 7$:

$$h = \frac{7 - 3}{2}$$

$$h = \frac{4}{2}$$

$$h = 2 \text{ cm}$$

A los 7 días, la planta tiene 1 cm de altura.

Se puede observar que la planta nace a los 3 días de haber plantado la semilla, ya que para $t = 3$ días:

$$h = \frac{3 - 3}{2}$$

$$h = \frac{0}{2}$$

$$h = 0 \text{ cm}$$

Para saber qué altura tiene a los 15 días, basta sustituir $t = 15$ en $h = \frac{t - 3}{2}$

$$h = \frac{15 - 3}{2}$$

$$h = \frac{12}{2}$$

$$h = 6 \text{ cm}$$

Notación polinomial

En los ejemplos anteriores comprobamos que el valor de h depende únicamente de t, lo cual matemáticamente se expresa así:

$$\underbrace{h(t)}_{\text{Se lee: ''}h\text{ de }t\text{''}} = \frac{t - 3}{2}$$

Significa:
- h depende de t
- t es la variable de h

La expresión $P(x) = 2x + 3$ significa que P es un polinomio de variable x.

Valor numérico (VN)

Sea el polinomio $P(x) = 2x + 3$. ¿Qué valor toma el polinomio cuando $x = 5$?

Para $x = 5$: $P(5) = 2(5) + 3$

$P(5) = 10 + 3 = 13$

$P(5) = 13$

Cuando x vale 5, el polinomio vale 13. El **valor numérico** de P para $x = 5$ es 13. Entonces el valor numérico de un polinomio es el valor que toma para un determinado valor de su variable.

Ejemplo 1

Dado P(x) = x + 7, **calcula** P(8).

Resolviendo:

P(x) = x + 7

P(8) = 8 + 7

P(8) = 15

Ejemplo 2

Dado P(x) = 2x – 5, **calcula** P(7).

Resolviendo:

P(x) = 2x – 5

P(7) = 2(7) – 5

P(8) = 14 – 5 = 9

Nivel básico

1 Dado P(x) = x + 5, **calcula** P(3).

2 Dado P(x) = x – 2, **calcula** P(6).

3 Dado P(x) = 2x, **calcula** P(7).

4 Dado P(x) = 2x + 5, **calcula** P(6).

5 Dado P(x) = x + 8, **calcula** P(–3).

Nivel intermedio

6 Dado P(x) = –x + 9, **calcula** P(6).

7 Dado P(x) = –x + 6, **calcula** P(–4).

8 Dado P(x) = x + 3, **calcula** P(0) + P(3).

9 Dado P(x) = 3x + 2, **calcula** P(5) + P(–2).

10 Dado P(x) = 4x – 3, **calcula** P(6) – P(–5).

Nivel avanzado

11 Las ganancias G de José dependen del número de productos *n* que vende en un día. Si la regla de dependencia G(*n*) = 5*n* – 100, ¿Cuánto gana si vende 20 productos?

12 La altura h de un árbol depende de los años a que tiene, según la ley *h*(*a*) = *a* + 20, donde *a* está en años y *h* en metros. ¿Qué altura tiene un árbol de 15 años?

13 El tiempo de vida de un foco está dado por la función *t*(*m*) =48 – *m*, donde *m* y *t* están dados en meses. ¿Qué tiempo de vida le queda al foco después de 2 años de uso?

14 La altura de agua de un reservorio varía según la función *h*(*t*) = 20 – *t*, donde *t* está en días y *h* en decímetros. ¿A los cuántos días se seca?

Tarea

1 Dado P(x) = 2x + 6, **calcula** P(–3).

2 Dado Q(x) = 5x + 2, **calcula** Q(4) + Q(–1).

3 Dado R(x) = 5x – 6, **calcula** R(3) – P(–2).

4 El consumo A de azúcar en kilogramos de una persona está dado por la función A(*a*) = 30*a*, donde *a* es la edad de la persona en años. ¿Cuántos kilos de azúcar ha consumido una persona de 30 años?

Equivalencias y canje de billetes y monedas

Operaciones matemáticas

Ariana tiene 100 soles y lo ha hecho cambiar por billetes de 20 soles.

¿Cuántos billetes le dieron?

VIDEO DE TEORÍA

El sistema monetario peruano

Monedas peruanas

1 céntimo

10 céntimos

20 céntimos

50 céntimos

1 sol

2 soles

5 soles

Billetes peruanos

10 soles

20 soles

50 soles

100 soles

200 soles

Estas son las monedas y billetes que utilizamos para comprar y vender todas las cosas.

Algunas equivalencias

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIO MATIC

Nivel básico

1 ¿Cuántos 10 céntimos equivalen a 1 sol?

2 ¿A cuántas monedas de 50 céntimos equivale una moneda de 2 soles?

3 **Completa:** Un billete de 100 soles se puede cambiar por 5 billetes de 10 soles y un billete de: _____

4 **Completa:** Diez monedas de 20 céntimos equivalen a una moneda de _____

5 Ana me pide que le cambie un billete de 200 soles. Tengo un billete de 100 soles y dos billetes de 20 soles. ¿Cuánto me falta?

Nivel intermedio

6 ¿Cuántas monedas de 5 soles equivalen a un billete de 200 soles?

7 Marisol compra dos paquetes de galleta de 2 soles con un billete de 10 soles. ¿Cuánto recibe de vuelto?

8 En una ferretería compré un martillo de 25 soles y un serrucho de 45 soles. Si pagué con un billete de 100 soles, ¿cuánto de vuelto me dieron?

9 ¿A cuántas monedas de 2 soles equivale un billete de 10 soles?

10 Si compras 4 helados de 3 soles y pagas con dos billetes de 10 soles, ¿cuánto te dan de vuelto?

Nivel avanzado

11 ¿Cuál es el máximo número de helados de 7 soles que puedo comprar con dos billetes de 20 soles?

12 Un billete de 200 soles se cambia por 4 billetes de igual nominación. ¿Cuál es esta nominación?

13 Un taxista acude a un grifo para que le cambien un billete de 100 soles. El grifero le entrega cinco billetes. ¿De qué nominación son los billetes?

14 Por un trabajo realizado, a Gerardo le pagaron con 8 billetes del mismo valor. Si el pago supera los 1000 soles, ¿de qué valor son los billetes?

Tarea

1 ¿Cuántos 20 céntimos equivalen a 5 soles?

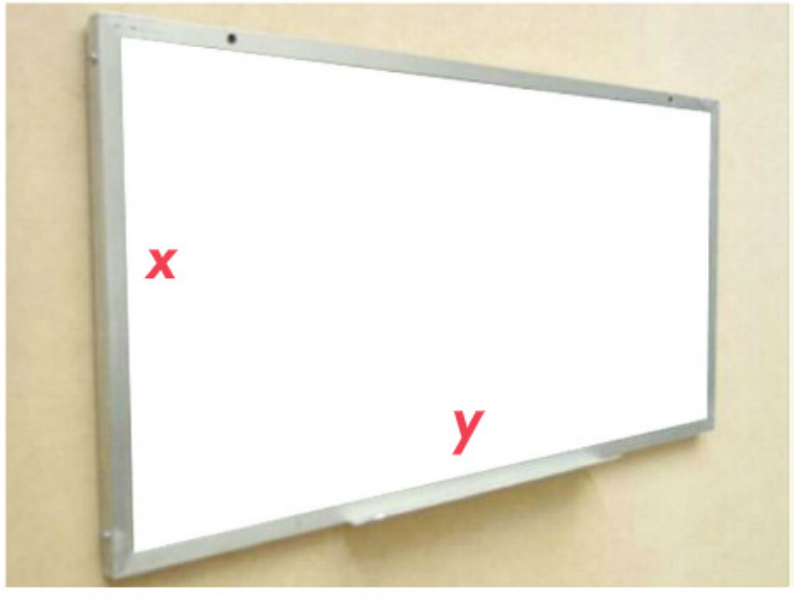
2 ¿A cuántas monedas de 1 céntimo equivale una moneda de 2 soles?

3 Efraín compra 4 bebidas de 3 soles con dos billetes de 10 soles. ¿Cuánto recibe de vuelto?

4 Quiero comprar una bicicleta de 660 soles. Tengo 4 billetes de 100 soles, 3 de 50 soles y 4 billetes de 20 soles. ¿Cuánto me falta?

Multiplicación algebraica

Reducción de términos semejantes



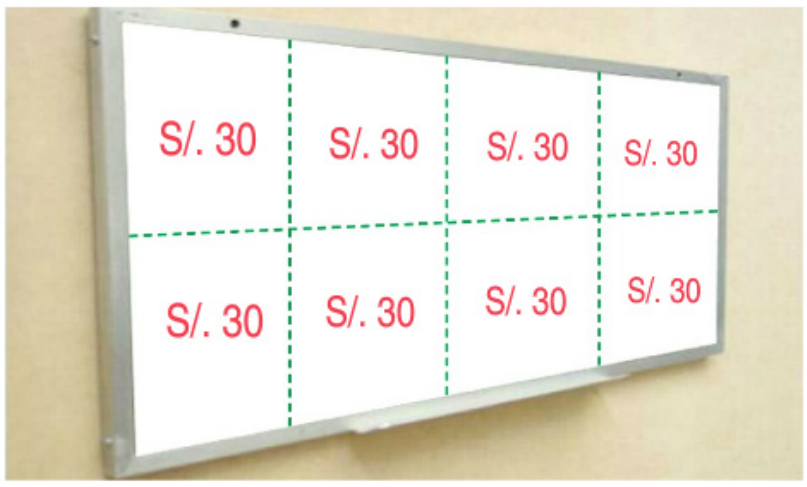
Las pizarras acrílicas vienen en diferentes tamaños y su precio depende de su área.

Si cuesta 30 soles, el metro cuadrado, ¿cómo se expresa, en general, el precio de una pizarra de x metros de largo por y metros de alto?

VIDEO DE TEORÍA

Para calcular el área multiplicamos sus dimensiones: largo×altura

Área = xy metros cuadrados



Como cada metro cuadrado cuesta S/. 30, entonces el precio es el producto de 30 por el área:

Precio = $30xy$ soles

Por ejemplo, si el largo es 4 m ($x = 4$) y el ancho, 2 m ($y = 2$), entonces el precio es:

Precio = $30 \cdot 4 \cdot 2 = 240$ soles

Multiplicación de variables

Para multiplicar variables diferentes, basta escribirlos juntos manteniendo sus respectivos exponentes, si los tienen.

- x por $y = xy$
- x^2 por $y^3 = x^2y^3$
- x^2 por y por $z^3 = x^2yz^3$

La multiplicación de variables iguales se rige por la regla del exponente natural.

- x por $x = x \cdot x = x^2$
- x^2 por $x^3 = x^2 \cdot x^3 = x^5$
- x^2 por x por $x^3 = x^2 \cdot x \cdot x^3 = x^6$

Multiplicación de un número por un monomio

Para multiplicar un número por una variable, simplemente se los escribe juntos. Si el coeficiente del monomio es diferente de 1, el número se multiplica por él.

- 5 por $x = 5x$
- 7 por $x^3 = 7x^3$
- 3 por $4x^2 = 3 \cdot 4x^2 = 12x^2$

Multiplicación de monomios

En la multiplicación de monomios, aplicamos todas las reglas anteriores según las características de los monomios.

- x por $y = xy$
- x^2 por $y^3 = x^2y^3$
- $2x$ por $y^3 = 2xz^3$

- $2x^2$ por $3y^3 = 2x^2 \cdot 3y^3 = 6x^2y^3$

- $4x^2$ por $5x^3 = 4x^2 \cdot 5x^3 = 20x^2x^3 = 20x^5$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo

Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) $x \cdot y =$ ☐ c) $2x \cdot y =$ ☐ e) $2x \cdot y^2 =$ ☐ g) $2x \cdot 3x^2 =$ ☐

b) $x \cdot x =$ ☐ d) $3x \cdot x =$ ☐ f) $2x \cdot 3x =$ ☐ h) $3x \cdot 4x^2y^2 =$ ☐

Nivel básico

1 **Efectúa:**

a) x por $y =$ _____

b) a por $b =$ _____

c) m por $n =$ _____

d) p por $q =$ _____

2 **Efectúa:**

a) 2 por $x =$ _____

b) 4 por $y =$ _____

c) 7 por $a =$ _____

d) -5 por $b =$ _____

3 **Efectúa:**

a) x por $x =$ _____

b) y por $y^2 =$ _____

c) x^2 por $x^3 =$ _____

d) y^2 por $y^2 =$ _____

4 **Efectúa:**

a) $2x$ por $y =$ _____

b) $3y$ por $x^2 =$ _____

c) $2x^2$ por $y^3 =$ _____

d) $4y^2$ por $x^2 =$ _____

5 **Efectúa:**

a) $5x$ por $x =$ _____

b) $-3x$ por $x^2 =$ _____

c) $4y^2$ por $y^3 =$ _____

d) $-7z^2$ por $z^2 =$ _____

Nivel intermedio

6 **Efectúa:**

a) $3x$ por $xy =$ _____

b) $-5xy$ por $x^2 =$ _____

c) $2xy^2$ por $x^3 =$ _____

d) $-7x^2$ por $x^3y^2 =$ _____

7 **Efectúa:**

a) $3xy$ por $2xy =$ _____

b) $-5xy$ por $3x^2 =$ _____

c) $4xy^2$ por $-2y^3 =$ _____

d) $-7xy^2$ por $-3x^3y =$ _____

8 El largo de una pizarra mide x metros y el alto mide y metros. ¿Cuál es el área de la pizarra?

GENIOMATIC

9 El fondo de una piscina rectangular tiene $2a$ metros de largo por $3b$ metros de ancho. ¿Cuál es el área de la piscina?

10 Ofelia compró x kilogramos de carne a 13 soles el kilogramo. **Expresa** el gasto de Ofelia.

Nivel avanzado

11 Un coche recorre k kilómetros en una hora. ¿Cuántos kilómetros recorre en h horas?

12 El metro cuadrado de un lote de terreno cuesta 80 soles. ¿Cuánto cuesta un lote de a metros de largo por b metros de ancho?

13 Un tren tiene $3x$ vagones, cada uno con capacidad de $7y$ personas. ¿Cuál es la capacidad del tren?

14 Alicia compra $2x$ kilos de papa a a soles el kilo y $3y$ kilos de yuca a b soles el kilo. ¿Cuál es gasto de la compra?

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes multiplicaciones:

a) x por $2y$
b) $-2x$ por $3x^2$
c) $3x$ por $5xy$
d) $-5xy$ por $3xy^2$

2 Mario compra n helados de 3 soles y 4 bebidas de m soles. ¿Cuál es su gasto?

3 Un camión transporta n cajones de frutas. Si cada cajón de fruta pesa $3m$ kilogramos, ¿qué peso lleva el camión?

4 Las dimensiones, en centímetros, de un ladrillo son x, y y z. ¿Qué volumen hacen n ladrillos?

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Dados: $a = 2$; $b = 3$ y $c = 1$, el valor de $E = 3a - 2b + c$ es:

A) 13 B) 12 C) 1 D) –1

2 Dados: $x = 4$; $y = -2$ y $z = 3$, el valor de $F = 2x - 3y + 4z$ es:

A) 13 B) 12 C) 18 D) 26

3 Dados: $x = 4$; $y = -2$ y $z = 3$, el valor de $F = 2x - 3y + 4z$ es:

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5

4 Si $x = 1$; $y = -4$ y $z = 2$, calcula $x + y + z$.

A) 1 B) –1 C) 2 D) 3

5 Si $P(x) = 2x + 1$, calcula $P(3)$.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 9

6 Si $Q(x) = 3x - 2$, calcula $P(2)$.

A) 4 B) 5 C) 7 D) 6

7 Si $R(x) = x^2 - 2x + 1$, calcula $P(3)$.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

8 Si $R(x) = (x + 1)^2$, calcula $P(2)$.

A) 5 B) 4 C) 9 D) 6

9 Si $S(x) = (x - 1)^2$, calcula $P(4) + P(3)$.

A) 8 B) 9 C) 12 D) 13

10 Si: $x = 1$; $y = 4$ y $z = 2$, calcula $x^y + z^x + y^x$.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

11 ¿Cuántos 20 céntimos equivalen a 1 sol?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 10

12 ¿A cuántas monedas de 50 céntimos equivale una moneda de 5 soles?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 10

13 Un billete de 100 soles se puede cambiar por 6 billetes de 10 soles y dos billetes de:

A) S/. 20 B) S/. 10 C) S/. 50 D) S/. 30

14 Dados: $a = 5$; $b = -2$ y $c = 1$, el valor de $E = 3a - 2b + c$ es:

A) 13 B) 12 C) 20 D) –10

15 ¿Cuál es el máximo número de helados de 3 soles que puedo comprar con dos billetes de 10 soles?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

16 Un billete de 200 soles se cambia por 2 billetes de igual nominación. ¿De qué nominación son?

A) S/. 100 B) S/. 50 C) S/. 20 D) S/.10

17 Si compras 5 bebidas de 3 soles y pagas con dos billetes de 10 soles, ¿cuánto te dan de vuelto?

A) S/. 5 B) S/. 4 C) S/. 6 D) S/. 7

18 ¿Cuál de las multiplicaciones da $6xy$?

A) $3x$ por y B) $3x$ por $2y$
C) $3x$ por $3y$ D) x por $3y$

19 El producto de $3x^2y$ por $5x$ resulta:

A) $15x^4y$ B) $15x^2y^2$
C) $15x^3y$ D) $8x^3y$

20 El metro cuadrado de un lote de terreno cuesta 70 soles. ¿Cuánto cuesta un lote de x metros de largo por y metros de ancho?

A) $70(x + y)$ B) $70xy$
C) $70x + y$ D) $35xy$

21 Un coche recorre $2k$ kilómetros en una hora. ¿Cuántos kilómetros recorre en $3h$ horas?

A) $2k + 3h$ B) $5(k + h)$
C) $5kh$ D) $6kh$

22 Dados: $a = 2$; $b = 3$ y $c = 5$, calcula:

a) $a + b + c$ c) $3a - 2b + 5c$

b) $2a + 3b + c$

23 Dados: $a = 2$; $b = 3$ y $c = 1$, calcula:

a) $a + b - c$ c) $5a - 3b + 5c$

b) $3a + 2b + 7c$

24 Dados: $x = 2$; $y = 3$ y $z = 1$, calcula:

a) $xy + yz$ c) $x^2 + y^2 + z^2$

b) $xy + yz + xz$

25 Si $P(x) = 3x - 1$, calcula:

a) $P(2)$ b) $P(3)$ c) $P(-1)$

26 Si $P(x) = 4x + 3$, calcula:

a) $P(-1)$ b) $P(-2)$ c) $P(3)$

27 Si $Q(x) = x^2 + 2x - 3$, calcula:

a) $Q(1)$ b) $Q(-2)$ c) $Q(3)$

28 Si $R(x) = (x + 3)^2 - 3$, calcula:

a) $R(1)$ b) $R(-2)$ c) $R(2)$

29 Si $S(x) = (x - 2)^2 + 1$, calcula:

a) $S(2)$ b) $S(-2)$ c) $S(3)$

30 Consideremos que la ganancia G de Ricardo en soles, esté representada por la función $G(n) = \frac{n - 4}{5}$, donde n es el número de artículos que vende.

a) ¿Cuánto gana si vende 24 artículos?

b) ¿Cuántos artículos debe vender como mínimo para no perder?

31 ¿A cuántas monedas de 5 soles equivale un billete de 20 soles?

32 ¿A cuántas monedas de 2 soles equivale un billete de 50 soles?

33 ¿A cuántos billetes de 20 soles equivale un billete de 100 soles?

34 ¿A cuántos billetes de 10 soles equivale un billete de 200 soles?

35 Tengo tres billetes de diferente nominación. ¿Cuál es la máxima suma que puedo tener?

36 En un grifo me cambiaron un billete de 200 soles con 4 billetes de diferente nominación y 4 monedas de 5 soles. ¿De qué nominación son los billetes?

37 Ernesto compra una camiseta de 27 soles y unas medias de 17 soles. Si paga con un solo billete, ¿cuál es la mínima nominación que puede tener este billete?

38 Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) x por y d) $3y$ por y^2

b) $3x$ por $2x$ e) $2x^2$ por $3y$

c) $5x$ por $3y$ f) x^3 por $3xy$

39 Efectúa las siguientes multiplicaciones:

a) x por x d) $3y^2$ por y^2

b) $3x^2$ por $2x$ e) $2xy^2$ por $5xy$

c) $2y^3$ por $3y$ f) $2x^3$ por $4xy^2$

40 El metro cuadrado de un lote de terreno cuesta 75 soles. ¿Cuánto cuesta un lote de x metros de largo por y metros de ancho?

41 Un tren tiene $4x$ vagones de $5y$ personas de capacidad cada uno. ¿Cuál es la capacidad del tren?

42 Felipe tiene x soles. En cada uno de los 3 juegos en que interviene pierde y soles ¿Cuánto dinero le queda?

42 A una tina entra agua a razón de $3a$ litros por minuto. ¿Qué cantidad de agua ha entrado en $4m$ minutos?

Autoevaluación

1 Dados: $x = 3$; $y = 2$ y $z = 7$, calcula:

a) $x - y + z$

b) $2x - 3y + z$

c) $3x - 4y + 2z$

2 Si $P(x) = 3x - 1$, calcula:

a) $P(2) + P(3)$ b) $P(4) - P(-1)$

3 El metro de fierro corrugado cuesta 5 soles. Arnold compró n varillas de fierro corrugado de 6 metros cada uno. ¿Cuánto le costó?

4 Rosita compra una muñeca de 85 soles y le dan de vuelto un billete de 10 soles y una moneda de 5 soles. ¿Con qué billete pagó?

5 En un viaje de vacaciones, Perico gastó un promedio de $4x$ soles por día. Si el viaje duró $5y$ días, ¿cuál fue su gasto?

6 Un teatro ofrece dos funciones diarias: tarde y noche. El precio de entrada de la tarde es de a soles y el de la noche, b soles. Si un día asistieron $3x$ personas en la tarde y $5y$ personas en la noche, ¿cuál fue la recaudación de ese día?

Expresión algebraica

Ecuaciones lineales con 1 incógnita

Esta balanza está en equilibrio.

En el brazo derecho hay una pesa de 3 kilogramos y en el izquierdo, una pesa de 1 kilogramo y una caja cuyo peso es x.

Como la balanza está en equilibrio, los pesos de ambos platillos son iguales, lo cual se expresa así: $x + 1 = 3$

VIDEO DE TEORÍA

Esta expresión también es equivalente a la pregunta: *"¿Qué número sumado con 1 es 3?"*

Esta igualdad se llama **ecuación** y se caracteriza porque contiene una variable que se llama **incógnita** y representa un valor desconocido que hay que encontrar.

En este ejemplo, x representa a 2, porque:

$$x + 1 = 3$$
$$2 + 1 = 3$$
$$x = 2$$

El 2 es **solución** de la ecuación. Precisamente, **resolver** una ecuación es encontrar la solución.

Ejemplo 1

Resuelve las ecuaciones:

a) $x + 7 = 15$ ¿Qué número sumado con 7 da 15?
$x = 8$ Solución

b) $x - 4 = 8$ ¿A qué número hay que restarle 4 para que sea 8?
$x = 12$ Solución

b) $10 - x = 6$ ¿Cuánto hay que quitarle a 10 para que sea 6?
$x = 4$ Solución

Ejemplo 2

¿Qué número debe ir en el recuadro?

a) $4 + \square = 15$ c) $13 = 7 + \square$ e) $\square + 12 = 20$ g) $\square - 12 = 5$

b) $18 - \square = 12$ d) $10 + \square = 17$ f) $9 = 15 - \square$ h) $15 = \square - 6$

Técnicas de resolución de ecuaciones

En toda ecuación las expresiones separadas por el signo igual se llaman miembros:

$$\underbrace{2x + 3}_{1° \text{ miembro}} = \underbrace{7 + x}_{2° \text{ miembro}}$$

Las técnicas de resolución de ecuaciones están basadas en las propiedades de la igualdad.

A ambos miembros de una ecuación se puede sumar o restar el mismo número y la igualdad se mantiene:

$$x - 3 = 6$$
$$x - 3 + 3 = 6 + 3$$
$$x = 6 + 3$$
$$x = 9$$

Al aplicar la propiedad, el 3 del primer miembro pasó al segundo miembro con el signo cambiado.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Esta técnica se llama **transposición de términos:** *Lo que está sumando pasa a restar al otro miembro, lo que está restando pasa sumando, lo que está multiplicando pasa dividiendo y lo que está dividiendo pasa multiplicando.*

Esta técnica se usa solo cuando es necesario, no es obligatorio usarla en todas las ecuaciones.

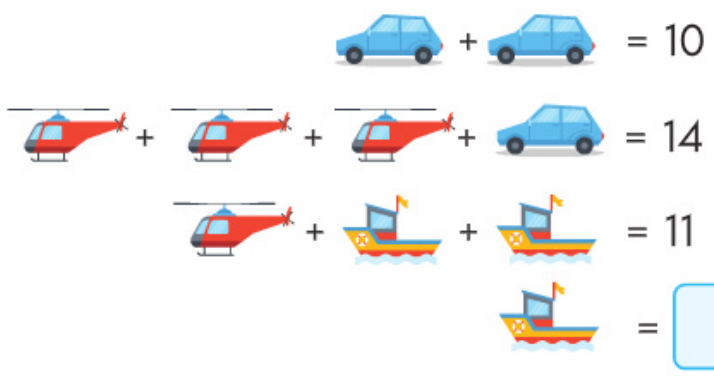
Ejemplo 3: **Resuelve** a) $x + 12 = 25$ b) $x + 15 - 8 = 12 - 5$ c) $x - 31 = 19$

Ejemplo 4: **Resuelve** a) $4x = 20$ b) $900x = 1800$ c) $60x = 6000$

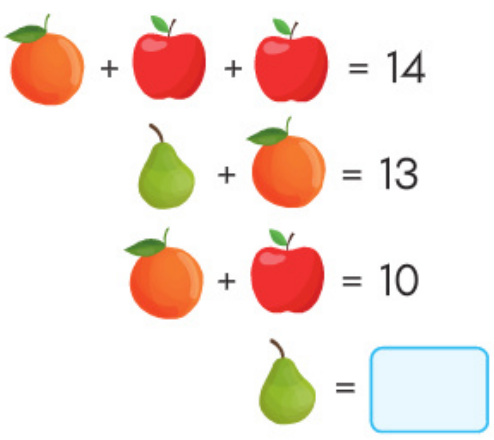
Ejemplo 5: **Resuelve:** a) $\frac{x}{4} = 3$ b) $\frac{x}{3} = 17$ c) $\frac{x}{5} = 700$

Nivel básico

1 **Resuelve:**



2 **Resuelve:**



ENUNCIADO 1

En los ejercicios del 3 al 5, **escribe** el número que falta en el recuadro

3 a) $4 + \square = 10$ b) $\square + 7 = 15$

c) $12 - \square = 5$ d) $\square - 7 = 12$

4 a) $10 = \square - 7$ b) $13 = 18 - \square$

c) $12 = \square + 7$ d) $9 = 13 - \square$

5 a) $9 + \square = 20$ b) $13 = \square - 9$

c) $17 - \square = 2$ d) $17 = 25 - \square$

ENUNCIADO 2

En los ejercicios del 6 al 10, resuelve las ecuaciones.

Nivel intermedio

6 a) $x + 5 = 12$ b) $x + 15 = 20$

c) $x - 6 = 8$ d) $13 + x = 19$

7 a) $16 = 12 + x$ b) $20 = 24 - x$

c) $14 = x - 9$ d) $13 = x - 14$

8 $x + 18 + 12 = 150$

9 $x + 12 = 50 + 80$

10 $x + 100 - 50 = 100$

ENUNCIADO 3

En los ejercicios del 11 al 14, resuelve las ecuaciones por transposición de términos.

Nivel avanzado

11 $40x = 160$

12 a) $2x + 10 = 18$ b) $3x - 10 = 80$

13 a) $\frac{x}{7} = 10$ b) $\frac{2x}{12} = 10$

14 a) $\frac{3x + 6}{2} = 12$ b) $\frac{5x - 4}{7} = 3$

Tarea

1 **Resuelve:**

a) $x + 3 = 18$ b) $x - 6 = 12$

2 **Resuelve:**

a) $5x = 30$ b) $\frac{x}{7} = 4$

3 **Resuelve:**

a) $x + 300 = 500 - 100$ b) $40x = 1200$

4 **Resuelve:**

a) $\frac{x - 2}{4} = 3$ b) $\frac{x + 7}{8} = 5$

Planteo de ecuaciones

Ecuaciones

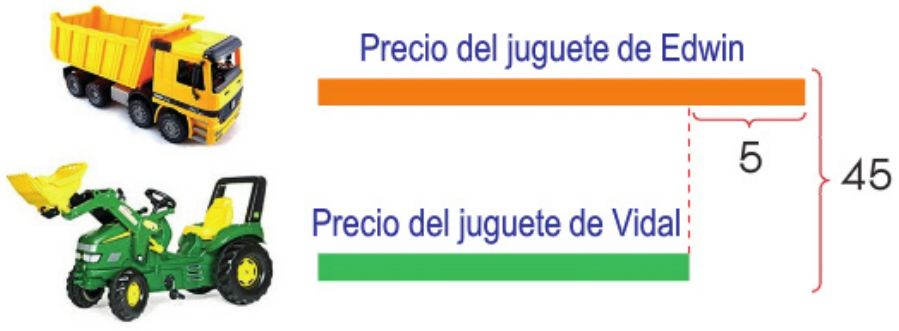
Con 45 soles Romina les compró juguetes a sus hijos Edwin y Vidal. El juguete de Edwin costó 5 soles más que el de Vidal.

¿Cuánto costó el juguete de Vidal?

VIDEO DE TEORÍA

Vamos a representar los precios gráficamente y algebraicamente:

Gráficamente:



Algebraicamente

Como hay que hallar el valor de x, debemos aplicar la condición de que los dos juguetes costaron 45 soles. Esto significa que: $x + 5 + x = 45$

Plantear una ecuación es expresar un problema mediante una igualdad cuya solución resuelve el problema.

Resolviendo la ecuación:

$2x + 5 = 45$ (¿qué número sumado con 5 es 45?)

$2x = 45 - 5$

$2x = 40$ (¿doble de qué número es 40?)

$x = 20$

Por lo tanto, el juguete de Vidal costó 20 soles.

Ejemplo 1

Expresemos algebraicamente algunas frases:

Un número aumentado en 10	$x + 10$
Un número disminuido en 8	$x - 8$
Doble de un número	$2x$
Edad de Juan dentro de 5 años	$x + 5$
Mi edad hace 8 años	$x - 8$

Ejemplo 2

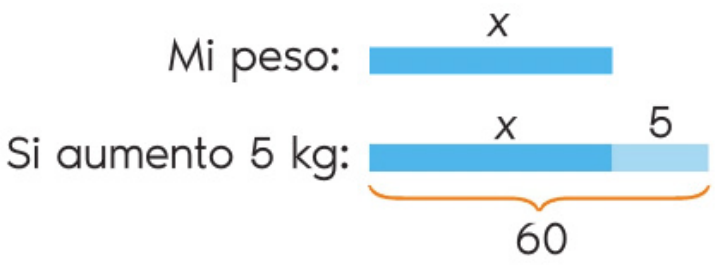
Expresemos algebraicamente algunas frases:

Un número más 7	
Triple de la edad de Juan	
La mitad de un número	
Tengo 12 soles más que tú	
Tengo 8 soles menos que tú	

Ejemplo 3

Si aumento de peso en 5 kilos voy a pesar 60 kilos. ¿Cuánto peso?

Resolviendo:



$x + 5 = 60$

$x = 60 - 5$

$x = 55$

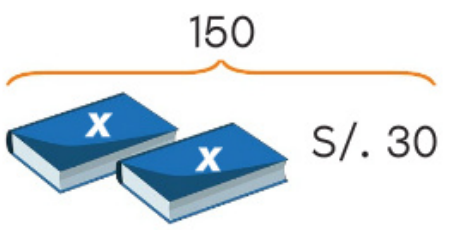
Mi peso es 55 kilogramos.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

Santiago tiene S/. 150. Luego de comprar dos libros del mismo precio, le quedan S/. 30 ¿Cuánto cuesta cada libro?

Resolviendo:



$$2x + 30 = 150$$
$$2x = 150 - 30$$
$$2x = 120$$
$$x = 60$$

Cada libro cuesta 60 soles.

Ejemplo 5

Dentro de 12 años, Ana tendrá el doble de la edad que tiene.

Resolviendo:

Tiene: x

Dentro de 12 años:

$$x + 12 = 2x$$
$$12 = 2x - x$$
$$12 = x$$

Por lo tanto, Ana tiene 12 años.

Nivel básico

1 Si me dan 15 soles tendría 20 soles. ¿Cuánto tengo?

2 ¿Cuál es el número que aumentado en su doble es 60?

3 La suma de dos números consecutivos es 27. ¿Cuál es el menor?

4 Con 20 soles Jorge compra dos helados y le dan 12 soles de vuelto. ¿Cuánto cuesta cada helado?

5 Hilda tiene 50 soles. Cada día gasta la misma suma. Si a los 3 días le quedan 26 soles, ¿cuánto gasta diario?

Nivel intermedio

6 Delia y Fátima gastaron 60 soles en compras. Si Delia gastó 10 soles más que Fátima, ¿cuánto gastó Fátima?

7 Mario y Jesús tienen 90 soles. Si Mario tiene el doble de lo que tiene Jesús, ¿cuánto tiene Jesús?

8 Isidro tenía S/ 150. Gasta cierta suma y le queda el doble de lo que gastó. ¿Cuánto dinero le queda?

9 En una sección de 48 alumnos, los aprobados en matemática son el doble de los desaprobados. ¿Cuántos aprobaron?

10 El triple de un número es 24 unidades más que el número. ¿Cuál es el número?

Nivel avanzado

11 Por un día de labor, tres obreros reciben 370 soles. En la distribución, el segundo recibe doble del primero y el tercero, 20 soles menos que el segundo. ¿Cuánto recibe cada uno?

12 En una apuesta gano 50 soles, luego compro una mochila de 60 soles y me queda la mitad de lo que tenía al principio. ¿Cuánto tenía?

13 Un libro de lenguaje y uno de matemática cuestan S/. 140. Si el de matemática cuesta S/. 50 soles más que el de lenguaje, ¿cuánto cuesta cada uno?

14 Dentro de 18 años la edad de Esteban será 4 veces la edad que tuvo hace 15 años. ¿Qué edad tiene actualmente?

Tarea

1 ¿Cuál es el número que aumentado en su doble resulta 36?

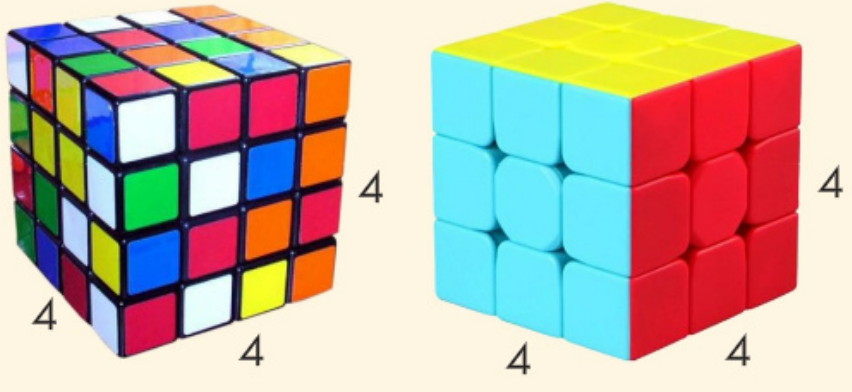
2 Con 50 soles compro dos objetos del mismo precio y me quedan 24 soles. ¿Cuánto cuesta cada objeto?

3 La suma de tres números consecutivos es 35 unidades más que el menor. ¿Cuál es el mayor?

4 Dora tenía 600 soles. Al gastar cierta suma le queda el triple de lo que gastó. ¿Cuánto gastó?

Potenciación

Ecuaciones exponenciales



Estos cubos de Rubik tienen 4 cm de arista.

El volumen de uno de ellos es 4^{x+1}. ¿Cuál es el valor de x?

VIDEO DE TEORÍA

El volumen de un cubo es igual al cubo de su arista, por tanto, el volumen del cubo de Rubik es 4^3. Por consiguiente:

$$4^{x+1} = 4^3$$

Esta igualdad es una ecuación, con la particularidad de que la incógnita está en el exponente, por lo que se denomina **ecuación exponencial.**

Como las bases son iguales, para resolver la ecuación igualamos los exponentes:

$$4^{x+1} = 4^3$$
$$x + 1 = 3$$
$$x = 3 - 1$$
$$x = 2$$

En las ecuaciones exponenciales se procura igualar las bases para igualar los exponentes:

$A^x = A^y$; entonces, $x = y$

Ejemplo 1

Resuelve $4 = 2^x$

Resolviendo:

$$4 = 2^x$$
$$2^2 = 2^x$$
$$x = 2$$

Ejemplo 2

Resuelve $3^x = 27$

Resolviendo:

$$3^x = 27$$
$$3^x = 3^3$$
$$x = 3$$

Ejemplo 3

Resuelve $3^x = 9$

Resolviendo:

$$3^x = 9$$
$$3^x = 3^2$$
$$x = 2$$

Ejemplo 4

Resuelve $8 = 2^{x+1}$

Resolviendo:

$$8 = 2^{x+1}$$
$$2^3 = 2^{x+1}$$
$$x + 1 = 3$$
$$x = 3 - 1$$
$$x = 2$$

Ejemplo 5

Resuelve $4^x = 2^4$

Resolviendo:

$$4^x = 16$$
$$4^x = 4^2$$
$$x = 2$$

Ejemplo 6

Resuelve $9^x = 3^{x+4}$

Resolviendo:

$$(3^2)^x = 3^{x+4}$$
$$3^{2x} = 3^{x+4}$$
$$2x = x + 4$$
$$x = 4$$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 Resuelve $2^{x-2} = 4$

2 Resuelve $3^{x-4} = 9$

3 Resuelve $2^{x-2} = 8$

4 Resuelve $2^{2x-3} = 8$

5 Resuelve $2^{2x+1} = 20 + 12$

Nivel intermedio

6 Resuelve $12 + 13 = 5^{x-1}$

7 Resuelve $\sqrt{5^x} = 25$

8 Resuelve $\sqrt{4^{2x}} = 2 \times 8$

9 Resuelve $3^{x+6} = 9^x$

10 Resuelve $7^{x+7} = 49^x$

GENIOMATIC

Nivel avanzado

11 Resuelve $6^{x+5} = 36^{x}$

12 Resuelve $\sqrt[3]{7^{5x}} = 49^{5}$

13 Resuelve $\sqrt[5]{4^{x}} = 16$

14 Resuelve $4^{x-2} = 8$

15 Resuelve $4^{x+1} = 8^{x}$

16 Resuelve $9^{x+6} = 27^{x}$

Tarea

1 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $16 = 2^{x+3}$ b) $3^{x-2} = 27$

2 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $27^{x} = 3^{5x-4}$ b) $8^{x} = 4^{x-7}$

3 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $\sqrt[3]{10^{2x}} = 100$ b) $\sqrt[5]{36^{2x}} = 6^{8}$

4 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $64^{x} = 2^{5x+8}$ b) $27^{x-4} = 9^{x}$

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Si al doble de un número le sumo su consecutivo me da 16. ¿Qué número es?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

2 La suma de 3 múltiplos consecutivos de 3 es 45. ¿Cuál es el mayor?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21

3 La suma de 3 números pares consecutivos es igual a 120. ¿Cuál es el mayor de los números?

A) 38 B) 40 C) 42 D) 44

4 Carlos compró 18 objetos, entre lapiceros y lápices. Si compró doble de lapiceros que de lápices, ¿cuántos lapiceros compró?

A) 12 B) 10 C) 15 D) 14

5 Cuando le dieron 60 soles a Isabel, se triplicó lo que tenía. ¿Cuánto tenía?

A) S/. 25 B) S/. 20 C) S/. 30 D) S/. 60

6 Andrea tiene 70 soles y Margarita, 40 soles. ¿Cuánto tendría que darle Andrea a Margarita para que ambas tengan la misma suma?

A) S/. 24 B) S/. 30 C) S/. 15 D) S/. 20

7 Carmela se ha comprado el triple en bolígrafos que en cuadernos. Si los bolígrafos cuestan 4 soles cada uno y los cuadernos 7 soles, y ha gastado en total 152 soles, ¿cuántos bolígrafos ha comprado?

A) 8 B) 18 C) 20 D) 24

8 Las edades de Luis y Pedro suman 43 años. Si Pedro es 11 años mayor que Luis, ¿qué edad tiene Pedro?

A) 16 B) 17 C) 25 D) 27

9 Dentro de 15 años, la edad de Gabriel será el doble de lo que tiene. ¿Qué edad tiene Gabriel?

A) 12 años B) 10 años
C) 15 años D) 14 años

10 Pilar compró 4 helados y un chocolate de 9 soles. Si gastó 45 soles, cuánto le costó cada helado?

A) S/. 8 B) S/. 9 C) S/. 10 D) S/. 12

11 Edelmira tiene 20 soles más que Guadalupe. Si entre las dos tienen 100 soles, ¿cuál es la diferencia de lo que tienen?

A) S/. 25 B) S/. 30 C) S/. 20 D) S/. 25

12 En una asamblea de padres de familia hay 63 asistentes. Si el número de madres es el doble del de los padres, ¿cuál es la diferencia entre el número de madres y el número de padres?

A) 21 B) 42 C) 18 D) 23

13 Tres estudiantes deciden comprar libros por un importe de 900 soles. El segundo aporta 70 soles menos que el primero y 80 soles menos que el tercero. ¿Cuánto aporta el primero?

A) S/. 240 B) S/. 330
C) S/. 250 D) S/. 320

14 Tres niñas llegan al final de un concurso de pesca en el que solo quedan 504 peces. La primera pesca el doble que la segunda y la segunda el doble que la tercera. Si pescan todos los peces, ¿cuánto pescó la tercera?

A) 70 B) 72 C) 144 D) 145

15 Un número disminuido en su tercera parte equivale al doble del número disminuido en 8. ¿Cuál es el número?

A) 12 B) 6 C) 15 D) 18

16 El triple de un número más su tercera parte es 80. ¿Qué número es?

A) 12 B) 15 C) 24 D) 18

17 Si al doble del dinero que tiene Avelino le sumo 40 soles, tendría 120 soles más de lo que ya tiene. ¿Cuánto dinero tiene Avelino?

A) S/. 60 B) S/. 80 C) S/. 70 D) S/. 90

18 ¿Cuál es el número que al aumentar en 12 resulta 40?

19 Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 137.

20 Calcula dos números impares consecutivos tales que suman 36.

21 ¿Cuál es el número cuyo doble disminuido en 15 es igual a 35?

22 Halla tres números pares consecutivos cuya suma es 24.

23 Antón tendrá 15 años dentro de 6 años. ¿Qué edad tiene actualmente?

24 Fernando tiene doble de soles que Roger. Si entre los dos tienen 45 soles, ¿cuánto tiene cada uno?

25 Tres veces la suma de un número más 5 es igual a 21. Halla el número.

26 La suma de un número, de su doble, de su triple y de su cuádruple, menos 3 es 77. ¿Cuál es ese número?

27 Una varilla de 8 metros de longitud se divide en dos partes de modo que una parte es 2 metros más larga que la otra. ¿Cuál es la longitud de cada parte?

28 Luego de comprar tres objetos del mismo precio me quedan 12 soles. Si al principio tenía 45 soles, ¿cuánto me costó cada objeto que compré?

29 La suma de cuatro números es 90. El segundo número es el doble del primero; el tercero doble del segundo; y el cuarto el doble del tercero. Halla los cuatro números.

30 Pedro trabajó el doble de días que Samuel. Entre ambos han trabajado 36 días. ¿Cuántos días trabajó cada uno?

31 Un ciclista tiene que recorren 160 kilómetros, a 20 kilómetros por hora. ¿Luego de cuántas horas le falta 40 kilómetros para llegar a su destino?

32 Tadeo ya tiene 15 soles por la venta de empanadas. Si vende 8 empanadas más tendrá 55 soles en total. ¿A qué precio vende las empanadas?

33 Un terreno de forma rectangular tiene un perímetro de 105 metros. Si el ancho es la mitad del largo, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

34 En una caja hay el doble de caramelos de menta que de limón y el triple de naranja que de menta y de limón juntos. En total hay 312 caramelos. Halla cuántos caramelos hay de cada sabor.

35 Un cuidador de perros pasea por la tarde 4 perros más que en la mañana, y en la noche el triple que en la mañana. Si cuida 124 perros, ¿cuántos pasea en cada horario?

36 Una madre reparte 120 soles entre sus dos hijos. ¿Cuánto dinero recibe cada uno si al menor le da la tercera parte que al mayor?

37 Se venden cuadernos de dos precios: Los empastados a 12 soles y los espiralados a 15 soles. Cuando se han vendido el doble de empastados que los espiralados se recauda 117 soles. ¿Cuántos cuadernos se vendieron de cada tipo?

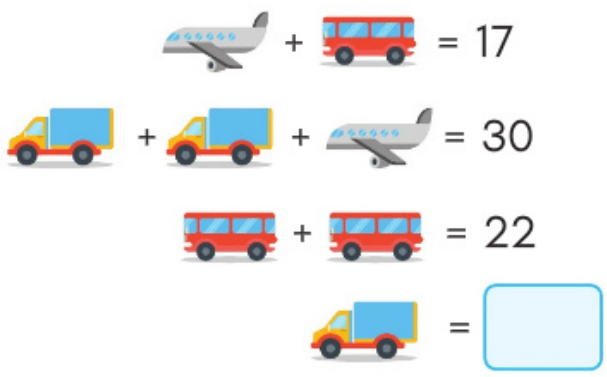
38 El precio de una camisa menos su quinta parte es de 144 soles. ¿Cuánto cuesta la camisa?

39 Un taxi cobra 3 soles por kilómetro más 5 soles por viaje. Si una persona pagó 29 soles, ¿cuántos kilómetros recorrió el taxi?

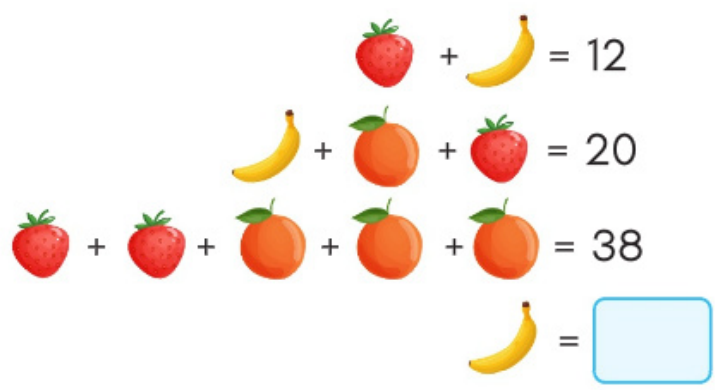
40 La presión inicial es 15 atmosferas más alta que la presión final. La suma de las dos presiones es 33 atmósferas. ¿Cuál es la presión final?

Autoevaluación

1 **Resuelve:**



2 **Resuelve:**



3 **Completa** los recuadros:

a) $11 = \square - 8$

b) $13 = 23 - \square$

c) $\square + 7 = 19$

d) $9 = 17 - \square$

e) $7 = 18 - \square$

f) $19 = \square + 14$

g) $15 = \square + 6$

h) $8 = 33 - \square$

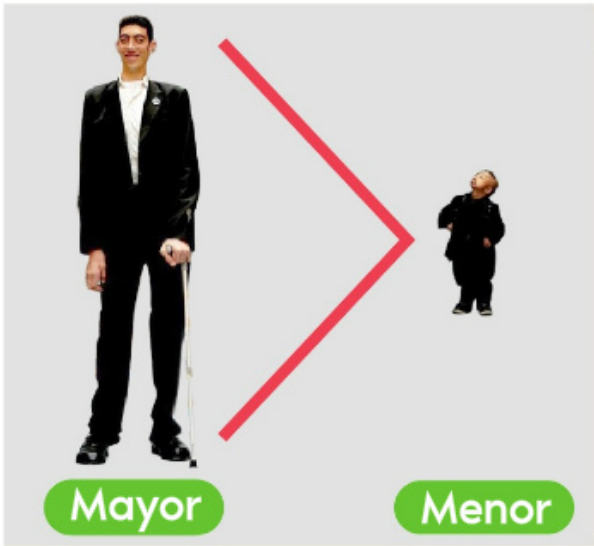
4 La edad de María es el triple que la de Pepe. Si las dos edades suman 36 años, ¿cuántos años tiene cada uno?

5 Si la diferencia de dos números es 10 y el menor es la sexta parte del mayor. ¿Cuál es el valor de cada número?

6 Luis tiene 20 canarios más que pericos. Si compra 30 canarios más encontrará que el número de canarios es el doble que el número de pericos. ¿Cuántos canarios y pericos hay?

Números enteros y ecuaciones

Desigualdades e intervalos



Entre los seres humanos, hay personas más altas y otras de menor estatura.

En la imagen vemos la persona más alta del mundo junto a la persona más pequeña del mundo.

Igualmente entre los números desiguales, hay números grandes y números pequeños.

VIDEO DE TEORÍA

Signos de la desigualdad

Para expresar que un número es mayor o menor que otro utilizamos los símbolos, llamados signos de la desigualdad.

Estos signos se pueden leer de izquierda a derecha (→) o de derecha a izquierda (←):

Mayor que	Menor que	Menor o igual	Mayor o igual
$15 > 10$	$12 < 20$	$10 \leq 12$	$7 \geq 5$
→ 15 es mayor que 10	→ 12 es menor que 20	→ 10 es menor o igual que 12	→ 7 es mayor o igual que 5
← 10 es menor que 15	← 20 es mayor que 12	← 12 es mayor o igual que 10	← 5 es menor o igual que 7

Ejemplo 1

En los círculos **escribe** los signos <, > o =, según corresponda:

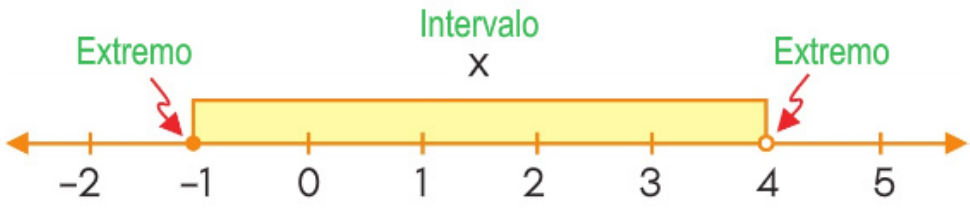
a) 12 ◯ 17 c) 18 ◯ 17 e) 22 ◯ 17 g) −18 ◯ − 20

b) 15 ◯ 12 d) 23 ◯ 22 f) −5 ◯ −13 h) −78 ◯ −77

Intervalos

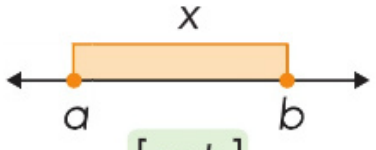
Un intervalo es un conjunto de números comprendido entre dos números llamados **extremos.**

Si incluye los dos extremos se dice que el intervalo es **cerrado**, si incluye uno solo, **semiabierto,** y si no incluye ninguno, **abierto.**



Tipos de intervalos

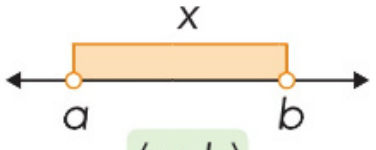
Intervalo cerrado



$[a; b]$

$a \leq x \leq b$

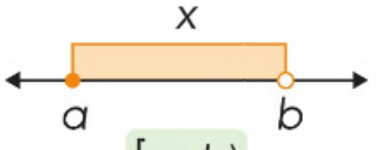
Intervalo abierto



$\langle a; b \rangle$

$a < x < b$

Intervalo semiabierto



$[a; b\rangle$

$a \leq x < b$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2:

Determina el conjunto de números enteros que comprende en cada uno de los intervalos.

a) $[-2; 3\rangle = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

b) $\langle 0; 4\rangle =$ _____

c) $[-3; 3\rangle =$ _____

d) $\langle -4; 1] =$ _____

e) $\langle -1; 6\rangle =$ _____

f) $[-11; -6] =$ _____

Ejemplo 3:

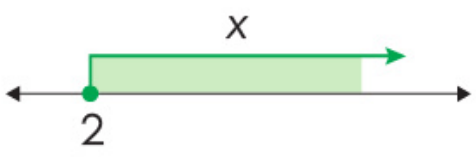
Dadas las desigualdades, **determina** el conjunto de valores enteros que puede tomar x.

a) $3 \leq x \leq 7 \Rightarrow x \in \{3; 4; 5; 6; 7\}$

b) $-4 < x < 8$ _____

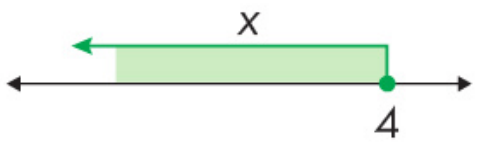
c) $-4 \leq x < 6 =$ _____

Intervalos infinitos



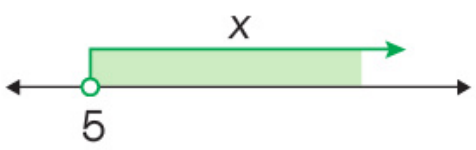
$x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2; +\infty\rangle$

más infinito

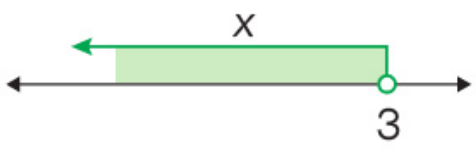


$x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 4]$

menos infinito



$x > 5 \Leftrightarrow x \in \langle 5; +\infty\rangle$

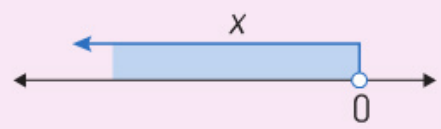


$x < 3 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 3\rangle$

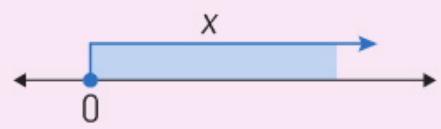
Ten en cuenta

Números positivos y negativos

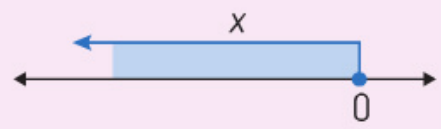
$x > 0$ → "x es positivo"



$x < 0$ → "x es negativo"



$x \geq 0$ → "x es no negativo"



$x \leq 0$ → "x es no positivo"

Nivel básico

1 **Escribe** 4 números enteros mayores que 6.

_____

2 **Escribe** 5 números enteros menores que 2.

_____

3 **Escribe** los enteros comprendidos entre 2 y 9.

_____

4 **Escribe** 6 enteros que no sean mayores que 3.

_____

5 En los círculos, **escribe** el signo de desigualdad correspondiente.

a) 12 ◯ 10

b) 10 ◯ 19

c) 11 ◯ 17

d) 32 ◯ 42

Nivel intermedio

6 En los círculos, **escribe** el signo de desigualdad correspondiente.

a) -2 ◯ -8

b) -7 ◯ -9

c) -11 ◯ -7

d) -32 ◯ -22

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

GENIOMATIC

7 **Escribe** 6 valores de x, tal que $x \leq 3$.

8 **Escribe** 6 números que no pertenezcan al intervalo $[2; 10\rangle$.

9 **Escribe** 6 números que no pertenezcan al intervalo $[3; 12\rangle$.

10 ¿Cuál es el mayor número del intervalo $[21; 70]$ que termina en cifra 6?

Nivel avanzado

11 ¿Cuántos números enteros del intervalo $[0; 95\rangle$ terminan en cifra 4?

12 ¿Cuál es el intervalo cerrado al que pertenecen todos los números de dos cifras?

13 ¿Cuáles de los siguientes intervalos de números enteros tienen elementos comunes?

a) $[3; 7]$ c) $[12; 18]$ e) $[6; 8\rangle$

b) $\langle -8; 3\rangle$ d) $[4; 10\rangle$ f) $\langle -12; -10]$

14 ¿Cuál es el mayor número negativo de dos cifras? **Argumenta** tu respuesta.

Tarea

1 En los círculos, **escribe** el signo de desigualdad correspondiente.

a) $-2 \bigcirc -8$ b) $-11 \bigcirc -7$ c) $-7 \bigcirc -9$

2 **Escribe** el conjunto de enteros que pertenecen al intervalo $[3; 11\rangle$.

3 Encuentra el mayor entero negativo cuya suma de cifras es 3.

4 ¿Cuántos números del intervalo $\langle 8; 50]$ utilizan la cifra 4 en su escritura?

Inecuaciones

Desigualdades e intervalos

Los felinos son mamíferos carnívoros. Existen unas 37 especies que, entre otras, incluyen el puma, el jaguar, el leopardo, el león, el tigre y el gato doméstico.

El felino más grande del mundo es el ligre, que resulta del cruce de león con tigre.

Entonces hay unas 36 especies de felinos que son más chicos que el ligre.

VIDEO DE TEORÍA

Una inecuación es una desigualdad que contiene una incógnita. Por ejemplo: $x + 2 < 5$

Vemos que x puede tomar muchos valores. Aquí algunos: $x + 2 < 5$

→ 2; 1; 0; −1; −2; ...

En las ecuaciones, generalmente hay un solo valor para x, mientras que en las inecuaciones, generalmente hay muchos valores.

En consecuencia, la solución de una inecuación es generalmente un intervalo: $x + 2 < 5$

Solución: $\langle -\infty; 3\rangle$

Resolución de inecuaciones

Para resolver las inecuaciones se aplican las propiedades de la desigualdad:

1. Si sumamos el mismo número a ambos miembros de la desigualdad, el sentido de la desigualdad se mantiene.

Esta propiedad nos permite transponer términos de un miembro a otro, igual que en la ecuación.

$$x + 2 < 5$$
$$x < 5 - 2$$
$$x < 3 \Rightarrow x \in \langle -\infty; 3\rangle$$

2. Si a ambos miembros de una desigualdad se les multiplica por un número positivo, el sentido de la desigualdad se mantiene, en cambio, si a ambos miembros se les multiplica por un negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

- $2 < 5$
  $2 \cdot 3 < 5 \cdot 3$
  $6 < 15$

- $2 < 5$
  $2(-3) > 5(-3)$
  $-6 > -15$

Por la propiedad anterior, podemos transponer un número positivo multiplicando o dividiendo y manteniendo el sentido de la desigualdad, pero si se transpone un número negativo, ya sea multiplicando o dividiendo, el sentido de la desigualdad se invierte.

- $2x < 8$
  $x < \frac{8}{2}$
  $x < 4$

- $-2x < 8$
  $x > \frac{8}{-2}$
  $x > -4$

- $\frac{x}{3} < 6$
  $x < 6 \cdot 3$
  $x < 18$

- $\frac{x}{-3} < 6$
  $x > 6(-3)$
  $x > -18$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Resuelve $x + 3 \geq 7$

Resolviendo:

$$x \geq 7 - 3$$
$$x \geq 4$$
$$x \in [4; +\infty\rangle$$

Ejemplo 2

Resuelve $3x - 9 \leq 2x - 2$

Resolviendo:

$$3x - 2x \leq 9 - 2$$
$$x \leq 7$$
$$x \in \langle +\infty; 7]$$

Ejemplo 3

Resuelve $\dfrac{x - 2}{3} < 5$

Resolviendo:

$$x - 2 \geq 5 \cdot 3$$
$$x \geq 15 + 2$$
$$x \geq 17 \Rightarrow x \in [17; +\infty\rangle$$

Ejemplo 4

Resuelve $\dfrac{x - 3}{-4} > 5$

Resolviendo:

$$x - 3 < 5(-4)$$
$$x < -20 + 3$$
$$x < -17 \Rightarrow x \in \langle -\infty; -17]$$

Ten en cuenta

Intercambio de miembros

Si se intercambian los miembros de una desigualdad, el sentido de la desigualdad también se invierte.

- $10 > 7$ $\quad$ $7 < 10$
- $6 > x$ $\quad$ $x < 6$
- $-x < -8$

Transponemos términos

$$8 < x$$

Intercambiamos miembros

$$x > 8$$

Nivel básico

1 **Resuelve** $21 + 3x > 42$

2 **Resuelve** $24 < 2x + 12$

3 **Resuelve** $2a + 100 > 300 - 2a$

4 **Resuelve** $10x - 16 > 5x + 36$

5 **Resuelve** $-3x > 12$

Nivel intermedio

6 **Resuelve** $3x + 5 \leq 4x - 3$

7 **Resuelve** $-2x + 6 \leq x - 15$

8 **Resuelve** $x + 7 \leq 2x - 10$

9 **Resuelve** $4x - 10 \leq x + 11$

10 **Resuelve** $\frac{x + 3}{7} < 7$

Nivel avanzado

11 **Resuelve** $\frac{3x - 1}{2} \leq 7$

12 ¿En qué intervalo se encuentra un número cuyo doble es menor que 6?

13 ¿Cuántos enteros positivos resultan menores que 9 al agregarle 5?

14 ¿Cuántos enteros negativos se vuelven positivos al sumarle 7?

Tarea

1 **Resuelve**

a) $12 + 3x > 21$ b) $2x - 10 < x - 6$

2 **Resuelve**

a) $-3x > 15$ b) $-2x < -6$

3 **Resuelve**

a) $3a + 100 > 400 - 3a$

b) $-2x - 20 < -6x - 4$

4 **Resuelve** $\frac{4x + 1}{3} \leq 7$

GENIOMATIC

Planteo de inecuaciones

Desigualdades e intervalos

Sandro compró 8 cajones de papaya.

Por años de experiencia como comerciante de frutas, Sandro ha comprobado que en un cajón entran a lo más 10 papayas.

¿Cuántas papayas, a lo más, compró Sandro en los 8 cajones?

VIDEO DE TEORÍA

Si representamos con x el número de papayas en un cajón, entonces: $x \leq 10$

En consecuencia, el número de papayas en 8 cajones es:

$$x \cdot 8 \leq 10 \cdot 8$$

$$8x \leq 80$$

Se concluye entonces que en los 8 cajones hay 80 papayas a lo más, o como máximo.

Plantear una inecuación es expresar en una desigualdad un problema que está expresado verbalmente.

Los problemas en los que aparecen términos como "mayor que", "menor que", "al menos", "a lo más", "no menos" y "no más", es muy probable que se resuelvan mediante inecuaciones.

- x a lo más es 7: $x \leq 7$
- A lo menos x es 10: $x \geq 10$
- Como máximo x es 8: $x \leq 8$

Ejemplo 1

Alina y Beatriz gastaron menos de 30 soles. Beatriz gastó doble que Alina. ¿Menos de cuánto gastó Alina?

Resolviendo:

Gasto de Alina: x

Gasto de Beatriz: $2x$

Gasto de ambas: $x + 2x < 30$

$$3x < 30$$

$$x < \frac{30}{3}$$

$$x < 10$$

Por lo tanto Alina gastó menos de 10 soles.

Ten en cuenta

Términos de la desigualdad

Al menos

Equivale a **"como mínimo"**.

Por ejemplo, si decimos que en una cesta hay **al menos 4** panes, significa que pueden haber 4; 5; 6; ..., panes. Por consiguiente: Al menos 4: ≥ 4

A lo más

Equivale a **"como máximo"**.

Por ejemplo, si decimos que a una fiesta asistieron **a lo más 50** personas, significa que pudieron asistir 50; 49; 48; ..., personas. Por consiguiente: A lo más 50: ≤ 50

No mayor y no menor

No mayor = Menor o igual

No menor = Mayor o igual.

Un número no mayor que 10, puede ser 10; 9; 8; ..., etc.

Un número no menor que 8, puede ser 8; 9; 10; ..., etc.

Un número no negativo es un número mayor o igual que cero.

No negativo: ≥ 0

No mayor que 0: ≤ 0

Ejemplo 2

En un recipiente entran entre 5 y 6 litros de agua. Si se cuenta con 10 de estos recipientes, a lo más ¿cuántos litros se puede envasar? ¿Y a lo menos, cuántos litros?

Resolviendo:

Sea x, en litros, la cantidad de agua que puede entrar en el recipiente, entonces:

$$5 \leq x \leq 6$$

Para obtener lo que pueden contener 10 recipientes, multiplicamos por 10 cada uno de los miembros de la desigualdad:

$$5 \cdot 10 \leq x \cdot 10 \leq 6 \cdot 10$$

$$50 \leq 10x \leq 60$$

A lo más se puede envasar 60 litros y a lo menos, 50 litros.

Ejemplo 3

Jairo compró unas sandalias de 20 soles. Con la tercera parte de lo le queda quiso comprar una pelota de 50 soles y vio que no le alcanzaba. ¿Cuánto tenía Jairo al principio?

Resolviendo:

Sea x, la cantidad de soles que tenía Jairo. Entonces, después de comprar las sandalias, le queda: $x - 20$

Cuya tercera parte no alcanza para 50. Entonces:

$$\frac{x - 20}{3} < 50$$

$$x - 20 < 50 \cdot 3$$

$$x < 150 + 20$$

$$x < 170$$

Por lo tanto, tenía menos de 170 soles.

Nivel básico

1 Si Selmira tiene no más de 20 soles, expresa la cantidad de dinero que tiene Selmira.

2 Arnaldo tiene a soles. Si lo que tiene Arnaldo no le alcanza para comprar un objeto de 30 soles, ¿cuánto tiene Arnaldo?

3 Con la mitad de lo que tengo, a lo más puedo comprar una corbata de 25 soles. ¿Cuánto tengo?

4 Daniel tiene menos de 12 años. Dentro de 5 años tendrá:

5 Expresa en forma de inecuación las siguientes frases:

a) Menos de 30:

b) No más de 30:

c) Como mínimo 30:

Nivel intermedio

6 Felipe tiene más de 60 soles. Si duplicase lo que tiene, ¿cuánto tendría?

7 Flora gastó en el mercado más de 40 soles, en el transporte, más de 5 soles, en pasajes y en la compra de gas, más de 30 soles. ¿Cuánto gastó Flora?

8 Un hotel tiene más de 70 habitaciones. Este fin de semana se han ocupado 32 habitaciones y quedaron menos de 40 habitaciones libres. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel?

9 En mi casa había más de 36 libros. Mi abuelo se llevó 8 libros para leer y ahora quedan menos de 30 libros. ¿Cuántos libros había?

10 Si en un cajón caben a lo más 35 paltas, ¿cuántas paltas a lo más puede contener 12 cajones?

Nivel avanzado

11 La tercera parte de lo que tiene Charo es menos de 12 soles. ¿Cuánto tiene Charo?

12 Andrea tiene más de 40 soles y la cuarta parte de lo que tiene no llega a 12 soles. ¿Cuánto tiene Andrea si el número de soles que tiene es par?

13 Cinco cajones de frutas contienen entre 150 y 200 frutas. ¿Qué cantidad de fruta contiene cada cajón?

14 En la playa, había 60 gaviotas. Tras un barco han venido más de 12. ¿Cuántas gaviotas hay ahora en la playa?

Tarea

1 Un collar tiene más de 11 bolas blancas y más de 20 bolas azules. ¿Cuántas bolas tiene en total el collar?

2 En un corral había 60 pollitos. Se han ido más de 15 pollitos. ¿Cuántos pollitos quedan?

3 En un prado había 50 flores. Ahora hay más de 72. ¿Cuántas flores han brotado?

4 En la nieve hay más de 78 personas. Cuarenta y siete llevan gorro. ¿Cuántas personas no llevan gorro?

Reforzando - Unidad 8

1 Si x es no mayor de 20, entonces:

A) $x < 20$ B) $x \leq 20$
C) $x > 20$ D) $x \geq 20$

2 Si x es no menor de 30, entonces:

A) $x < 30$ B) $x \leq 30$
C) $x > 30$ D) $x \geq 30$

3 Cuando le preguntaron a Franco cuánto dinero tenía respondió que tenía no menos de 100 soles. Si x es la cantidad de dinero de Franco, entonces:

A) $x < 100$ B) $x \leq 100$
C) $x > 100$ D) $x \geq 100$

4 Si $5 < x \leq 12$, entonces x se encuentra en el intervalo:

A) $[5; 12]$ B) $[5; 12\rangle$
C) $\langle 5; 12]$ D) $\langle 5; 12\rangle$

5 Si $7 \leq x < 18$, entonces x se encuentra en el intervalo:

A) $[7; 18]$ B) $[7; 18\ \rangle$
C) $\langle\ 7; 18]$ D) $\langle\ 7; 18\ \rangle$

6 Si $x \in \langle 2; 15\rangle$, entonces:

A) $2 < x \leq 15$ B) $2 \leq x < 15$
C) $2 \leq x \leq 15$ D) $2 < x < 15$

7 La solución de la inecuación $2x + 7 < 19$ es:

A) $[-\infty; 6]$ B) $[-\infty; 6\rangle$
C) $\langle -\infty; 6]$ D) $\langle -\infty; 6\rangle$

8 La solución de la inecuación $\frac{3x - 5}{2} > 10$ es:

A) $[5; \infty]$ B) $[5; \infty\rangle$
C) $\langle 5; \infty]$ D) $\langle 5; \infty\rangle$

9 La solución de la inecuación $\frac{3x - 20}{-2} \geq 4$ es:

A) $[-\infty; 4]$ B) $[-\infty; 4\rangle$
C) $\langle -\infty; 4]$ D) $\langle -\infty; 4\rangle$

Olimpiadas nacionales e internacionales

10 Si la mitad de lo que tengo es menos de 30 soles, ¿cuánto tengo?

A) Más de 60 soles
B) Menos de 60 soles
C) A lo más 60 soles
D) No menos de 60 soles

11 El triple de lo que tiene Isabel no supera los 300 soles. ¿Cuánto tiene Isabel?

A) No más 100 soles
B) No menos de 100 soles
C) Más de 100 soles
D) Menos de 100 soles

12 En un parque había 60 niños. Ahora solo quedan menos de 43. ¿Cuántos niños se han ido a casa?

A) No más 17 niños
B) No menos de 17 niños
C) Más de 17 niños
D) Menos de 17 niños

13 En las montañas había 71 osos. Después de un año hemos contado más de 100. ¿Cuántos osos han nacido?

A) No más 29 osos
B) No menos de 29 osos
C) Más de 29 osos
D) Menos de 29 osos

14 Una caja tiene menos de 75 galletas. Otra tiene menos de 85. ¿A lo más cuántas galletas hay en total?

A) 160 galletas B) 159 galletas
C) 161 galletas D) 158 galletas

15 En un prado había al menos 50 flores. Ahora hay 72. ¿Cuántas flores han nacido?

A) No más 22 flores
B) No menos 22 flores
C) Más de 22 flores
D) Menos de 22 flores

16 Grafica los siguientes intervalos:

a) $[2; 5\rangle$ b) $\langle -3; 2]$

c) $\langle -2; 2\rangle$ d) $[3; 5\rangle$

e) $\langle -6; -2\rangle$ f) $\langle -4; 0\rangle$

17 Expresa verbalmente las siguientes desigualdades:

a) $x < 4$ b) $x \geq 0$

c) $x \leq 0$ d) $x > 0$

e) $x < 0$ f) $x \geq -6$

18 En cada una de las siguientes desigualdades, determina el máximo valor entero de x.

a) $x < 4$ b) $x \leq 0$

c) $x \leq 0$ d) $x < 0$

e) $x < 0$ f) $x < -6$

19 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x + 3 > x + 5$ b) $3x + 1 > 2x + 7$

c) $4x - 3 > 3x + 1$ d) $3x - 8 > 2x - 5$

e) $3(x - 1) > x + 7$ f) $5(x - 2) \leq x + 2$

20 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{2} > 5$ b) $\frac{x}{3} < 2$

c) $\frac{x - 2}{4} > 1$ d) $\frac{x + 3}{2} > 5$

e) $\frac{3x - 2}{2} > x$ f) $\frac{4x + 3}{3} > x$

21 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{-x}{2} < 3$ b) $\frac{x}{-4} < 2$

c) $\frac{2 - x}{3} < -1$ d) $\frac{3 - x}{-2} > 3$

e) $\frac{3x - 7}{2} > x + 1$ f) $\frac{2x + 14}{-3} > 2 - x$

22 En una fiesta había más de 120 personas. Se han ido 285. ¿Cuántas personas quedan?

23 En una tienda de juguetes había 34 carritos. Se han vendido más de 25. ¿Cuántos carritos quedan?

24 En una bandada viajan más de 200 golondrinas. En otra bandada viajan 120 golondrinas. ¿Cuántas golondrinas viajan en total?

25 En el segundo piso de un aparcamiento hay menos de 50 coches. Si en el primer piso hay menos de 30, ¿cuántos coches hay en el aparcamiento?

26 Esta semana, el burro Blanco se ha comido más de 160 zanahorias. La próxima semana se ha propuesto comer 40 zanahorias más que esta semana. ¿Cuántas zanahorias se comerá la próxima semana?

27 El topo Berni ha hecho más de 230 agujeros en la tierra. Si hiciera 20 huecos más, la mitad de los huecos hechos serían menos de 126. ¿Cuántos agujeros ha hecho el topo Berni?

28 En un barco han pescado 500 atunes. Al llegar al puerto se vendieron más de 100 atunes. ¿Cuántos atunes quedan?

29 En la clase de David se han inflado 60 globos. Si faltan inflar más de 30 globos, ¿cuántos globos se han comprado?

30 A Teresa le han regalado más de 60 cromos. A Lucas le han regalado 20 cromos más que a Teresa. ¿Cuántos cromos le han regalado a Lucas?

31 En la zapatería La Bota Alegre hay 35 zapatos menos que en la zapatería El Pie Feliz. Si en El Pie Feliz hay más de 80 zapatos, ¿cuántos zapatos hay en La Bota Alegre?

32 El dueño de un circo tenía una caja con 84 pulgas. Se escaparon no más de 40. ¿Cuántas pulgas hay ahora en la caja?

Autoevaluación

1 Grafica los siguientes intervalos:

a) $[-2; 3\rangle$ b) $\langle -4; 2]$

c) $\langle -4; 3\rangle$ d) $[1; 7\rangle$

2 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x - 3 > x + 4$ b) $3x + 1 > 2x + 7$

c) $4x - 2 > 3x + 3$ d) $3x - 8 > 2x + 2$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{-x}{2} < 6$ b) $\frac{x}{-4} < 1$

c) $\frac{4 - x}{3} < -1$ d) $\frac{5 - x}{-2} > x$

4 En una tienda de deportes hay 340 balones. Se vendieron más de 120 balones. ¿Cuántos balones quedan en la tienda?

5 En el cine hay 85 personas esperando para entrar. Luego de 20 minutos quedan todavía más de 18 personas. ¿Cuántas personas ya entraron?

6 En una fiesta había 150 personas. Se han ido más de 65. ¿Cuántas personas quedan?

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021